ARYTMETYKA
PRAKTYCZNA.

6 | [illegible] 4 $\frac{2}{3}$

8 [illegible]

Kop 6. m: 40 = Kol: 6 —
Kop: 9. m: 10 = Kol: 11. G. —
Kop: 10. m: 50. = Kol: 13. G: 1[illegible]
Kop: 12. m: 30 = Kol: 12. G. [illegible]
Kop: 7. m: 30. = Kol: 7. G. [illegible]
Kop: 7. m: 30 = Kol: 7. G. 2
Kop 12. 8 m: 30. = Kol: 13. . . .
Kop: 13. m: 20 = Kol: 14. . . . .
Kop: 6. m: 40 = Kol: 6. G. 2[illegible]

Summa: Kop 86. m: 40 = Kol: 92 G: 1[illegible]
+ 6 G
Matem. Nr 754 K: 98. G: 22

Siemienia Kosy 7 G: 22
27.

3 | 116 | 94
92 / 22 | 64 / 30. | 92. 22.
86. | K. G: 23 $\frac{1}{3}$

ARYTMETYKA
PRAKTYCZNA
KROTKIM, Y ŁATWYM SPOSOBEM
PRZEZ PYTANIA
DLA WYGODY, Y UZYWANIA
SZKOLNEY MŁODZI
ZEBRANA.



w WARSZAWIE 1775.

w Drukarni J. K. M. y Rzeczypoſpolitey
u XX. *Scholarum Piarum.*



~~56367~~
I



REGESTR

Rzeczy w tey Książce zawartych.

NAUKA.

O Arytmetyce w powſzechności y o liczb podziale.

ROZDZIAŁ I.

ROZDZIAŁ II.

O Rachunkach liczb łamanych.

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyższey Arytmetyki.

§. 7.

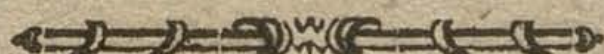
ROZDZIAŁ IV.

ROZDZIAŁ V.

O Skokach liczb, czyli progressyach, y o ich Regułach.

§. 2.

Na końcu Tablice Regestrowe.



NAUKA

NAUKA

O Arytmetyce w powſzechności, y o liczb podziale.

1. CO ieſt Arytmetyka?
Jeſt nauka o liczbie y o rachunkach. Liczba ieſt to wielość z iedności zebrana: iak 2. 3. 4. 5. Pięć ſkłada ſię z piąciu iedności. Rachunki zaś, ſą to teyże liczby użycie y pożyteczność.

2. Wieloraka ieſt liczba?
Dwoiaka: Rzymſka czyli Kościelna, y poſpolita czyli Arabſka.

3. Wiele liczba poſpolita zamyka w ſobie charakterow, czyli figur Arytmetycznych?
Liczba Arabſka zamyka w sobie figur dziewięć; to ieſt: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9. y zero, czyli cyfrę o. ktora sama przez ſię nic nieznaczy, ale dodana do inney liczby, tyle ią dzieſiątkami pomnaża, ile liczba przed nią położona, zamyka w ſobie iedności. Tak n. p. (10) iedno y cyfra, znaczy dzieſięć. (30) trzy y cyfra, znaczy: trzy dzieſiątki, czyli trzydzieści; bo 3 przed zero położone, ſkłada ſię ze trzech iedności.

4. Z wielu figur, czyli liter ſkłada ſię liczba Kościelna?
Z tych ſiedmiu liter większych: I. V. X. L. C. D. M. I. znaczy iedno. V. znaczy pięć. X. znaczy dzieſięć. L. znaczy pięćdzieſiąt. C. znaczy ſto. D. znaczy pięćſet. M. znaczy tyſiąc. Tyſiąc piſze ſię ieſzcze tak: CIↃ. albo tak: ∞.

5. Jak ſię ta liczba pomnaża?

Pomnaża ſię, kładąc iednę figurę po drugiey, n. p. III. znaczy: trzy. XX. znaczy: dwadzieścia. XXXVII. znaczy: trzydzieści ſiedm. LXX. znaczy: ſiedmdzieſiąt. CCCXII. znaczy: trzyſta dwanaście. DC. ſześćſet. MCC. tyſiąc dwieście.

Umnieyſza ſię zaś kładąc mnieyſzą figurę przed większą. n. p. IV. znaczy: cztery. IX. znaczy: dziewięć. XXIX. znaczy: dwadzieścia dziewięć. XL. znaczy: czterdzieści. XC. dziewięćdzieſiąt. CD. czteryſta. Poſpoliciey iednak czteryſta piſzą ſię tak: CCCC.

6. Wielorako ſię liczby dzielą?

Czworako. I. Na liczbę proſtą y ſkładaną. II. Na liczbę parzyſtą y nieparzyſtą. III. Na liczbę iednego, y na liczbę rożnego gatunku. IV. Na liczbę całkowitą y liczbę łamaną.

Liczba proſta ieſt ta: ktora ſię z iedney tylko figury ſkłada. n. p. 2. 5. 7. 8. Składana zaś ieſt ta: ktora ſię z kilku figur Arytmetycznych ſkłada: n. p. 10. 20. 96. 125.

Liczba parzyſta ieſt ta: ktora na dwie rowne części, czyli przez dwa, ſpełna dzielić ſię może: n. p. 2. 4. 6. 8. 10. 12.

Liczba nieparzyſta ieſt ta: ktora ſię na dwie części rowne ſpełna dzielić nie może: n. p. 3. 5. 7. 11. 13. 17.

Liczby iednego gatunku ſą te: ktore wyrażaią rzeczy iednego rodzaiu: n. p. same złote, same funty, same łokcie.

Liczby rożnego gatunku ſą te: ktore znaczą rzeczy rożnego między ſobą rodzaiu: n. p. złote, groſze, ſzelągi. Albo: dni, godziny, minuty. Alboli: łokcie, ćwierci &c.

Liczba

Liczba całkowita ieſt ta: ktora mi rzecz całą wyraża: n. p. cały złoty, cały dzień, cały łokieć.

Liczba zaś łamana ieſt ta: ktora mi część tylko rzeczy iakiey wyraża: n. p. trzecią część złotego, ćwierć łokcia; y wyraża się dwoma liczbami, z ktorych iedna piſze ſię nad liniiką, a druga pod liniiką: n. p. $\frac{1}{3}$ iednego złotego, waży groſzy 10; $\frac{1}{4}$ iednego łokcia, znaczy iednę ćwierć łokcia.

7. Wiele ieſt powſzechnych Arytmetyki części?

Jeſt ich pięć: to ieſt: rachuba, czyli rachowanie (Numeratio) dodanie (Additio) odciągnienie (Subtractio) rozmnożenie (Multiplicatio) podzielenie (Diviſio.) Lubo właściwie mowiąc, Numeracya nie powinnaby ſię nazywać częścią, ale początkiem y fundamentem całey Arytmetyki; bo ta w każdą Arytmetyki cząſtkę wpływa, y bez niey żadna Arytmetyczna robota obeyść ſię nie może; bo kto dodaie, rachuie; kto liczbę rozmnaża, rachuie, y tak daley.

ROZDZIAŁ I.

O rachunkach liczb całkowitych iednego, y rożnego gatunku.

§. 1.

O rachubie, czyli Numeracyi.

1. CO ieſt Rachuba?

Jeſt wyrażenie ceny daney liczby; tak: 12. znaczy dwanaście.

2. Co trzeba wiedzieć, aby cenę daney liczby należycie wyrazić?

Nayprzod: Potrzeba wiedzieć: że każda liczba, bierze ſwoy walor od mieyſca, na ktorym leży. Tak liczba położona na pierwſzym mieyſcu od prawey ręki, znaczy iedności. Położona na drugim, znaczy dzieſiątki; na trzecim: ſta; na czwartym: tyſiące; na piątym: dzieſiątki tyſięcy; na ſzoſtym: ſta tyſięcy; na ſiodmym: miliony; na osmym: dzieſiątki milionow; na dziewiątym: ſta milionow; na dzieſiątym: tyſiące milionow, y tak daley.

Powtore: Do łatwego liczby daney wyrażenia, wiele pomoże, całą owę liczbę, zacząwſzy od prawey ręki, na cząſtki podzielić kryſkami, tak, aby w każdey przedziałce, trzy liczby zamykały ſię. Po każdey takowey kryſce, idą ſta, z tą rożnicą: iż po pierwſzey kryſce od prawey ręki, idą ſta proſte; po drugiey ſta tyſięcy; po trzeciey ſta milionow, &c.

Potrzecie: Jeżeli liczba do zrachowania dana będzie obſzernieyſza, trzeba procz tego, nad każdą liczbą ſiodmą, zaczynaiąc zawsze rachować od liczb poiedynczych, kłaść kryſkę; nad pierwſzą ſiodmą 1. nad drugą 2. nad trzecią 3. y tak daley. Jedna kryſka będzie znaczyła miliony, dwie: biliony, trzy: tryliony, &c.

Niechay będzie liczba naſtępuiąca dana do zrachowania:

ıı ı

5,925,624,970,503

Tę liczbę namienionym dopiero sposobem dzielę, y mam pięć przedziałek; że zaś piąta

prze-

przedziałka ma tylko iednę figurę, znać, że tam nie masz stow y dziesiątkow. Potym nad każdą liczbą siodmą kładę znak milionowy; w piątey przedziałce przypadaią biliony. Y tak daną liczbę wymawiam: Pięć bilionow, dziewięćset dwadzieścia pięć tysięcy milionow, sześćset dwadzieścia cztery miliony, dziewięćset siedmdziesiąt tysięcy, pięćset trzy złote.

3. Czym te mieysca napełniać, ktore się w wymawianiu liczby opuszczaią?

Napełniać ie potrzeba cyframi. Tak gdy mam wyrazić: dwa miliony, pięćset cztery tysiące, trzydzieści sześć złotych; ponieważ w tym przykładzie nie masz dziesiątkow tysięcy, y stow prostych, zaczym na ich mieyscu kładę cyfry, y tak daną liczbę piszę:

2,504,036

Podobnież: dwadzieścia milionow, sto trzydzieści tysięcy, czternaście złotych, chcąc wyrazić, mieysca opuszczone cyframi dopełniam, y tak piszę:

20,130,014

§. 2.

O dodaniu liczb, tak iednego, iako y rożnego gatunku.

4. CO iest dodanie czyli Addycya?

Jest to wielu liczb w iednę summę zebranie: n. p. 2 a 3, a 5, czynią 10.

5. Jak się w Addycyi terminy zowią, y iak się układaią?

1. Liczby, ktore maią bydź zbierane, zowią się liczby dane. Liczba zaś, ktora z ze-

brania wynika, zowie się kwota, albo summa generalna. Że tedy summa powszechna z liczb danych, iak z części swoich istotnie składa się, ztąd wynika, iż części owe spełna w niey mieścić się powinny, tak żeby w summie powszechney, nic ani mniey, ani więcey nad nie, nie znaydowało się. Tak biorąc wspomniony przykład: w summie generalney 10, nie więcey, ani mniey nie znayduie się nad dwa, trzy y pięć, y wszystkie te części z niey odciągnąwszy, summa cała bez żadney reszty niknie.

II. Liczby dane porządnie układaią się iedna pod drugą, to iest: iedności pod iednościami, dziesiątki pod dziesiątkami, sta pod stami, tysiące pod tysiącami, tym końcem, żeby się tysiące z dziesiątkami, albo z iednościami przez omyłkę niepomięszały.

III. Liczby do zebrania dane tym sposobem ułożywszy, liniiką ie podkryślam, pod ktorą summę powszechną pisać będę; czym się stanie, iż summy generalney z częściami iey nie zmięszam.

6. Jak się odprawuie Addycya?

Liczby dane, od prawey ręki zacząwszy, zbieram kolumnami do gory; to iest: nayprzod zbieram iedności, y piszę pod iednościami; potym sta, y piszę pod stami, y tak daley. Jeżeli liczby z iedney kolumny zebrane, więcey wynoszą nad dziewięć, to liczbę ostatnią od prawey ręki, czyli poiedynczą, pod liniiką piszę, a dziesiątki razem z następuiącą kolumną zbieram, czyli dodaię:

Przykład I. Chcąc wiedzieć ile lat od założenia Rzymu upłynęło; uważam, iż według Warrona, Rzym był założony na lat 753. przed

Naro-

Narodzeniem Chryſtuſa ; od Chryſtuſa zaś Narodzenia upłynęło lat 1775. Układam więc te liczby tak:

Liczby	753
dane	1775
Summa	2528.

Zbieram dane liczby, zaczynaiąc od kolumny pierwſzey liczb poiedynczych; y mowię: pięć a trzy, czynią 8, piſzę te 8 pod kolumną liczb poiedynczych. Potym idę do kolumny dzieſiątkow, y mowię: 7 a 5, czynią 12, piſzę pod drugą kolumną 2, a iedno do naſtępuiącey przenoſzę, y mowię: 1 ktore ſię zoſtało, a 7 to 8, a 7, to 15, piſzę pod trzecią kolumną 5, a iedno przenoſzę do naſtępuiącey kolumny; y mowię: 1 a 1, ſą 2, piſzę pod oſtatnią kolumną. Tym ſpoſobem dane liczby w iednę ſummę zebrałem, ktora mi czyni: dwa tyſiące pięćſet, dwadzieścia ośm lat. Tyle więc lat od założenia Rzymu upłynęło.

Przykład II. Chcąc wiedzieć, iak dawno świat ſtoi, tak ſobie poſtępuię:

Od ſtworzenia świata do Potopu wyſzło lat - - -	1656.
Od Potopu do zbudowania Kościoła Salomonowego - - -	1344.
Od zbudowania Kościoła Salomon: do Narodzenia Chryſtuſa lat -	1000.
Od Narodzenia Chryſtuſa do roku teraźnieyſzego - - -	1775.
Zebrane dane liczby czynią lat: -	5775.
Od ſtworzenia więc Swiata do roku teraźnieyſzego, upłynęło iuż lat: -	5775.

Dotąd o dodawaniu liczb iednego gatunku mowi-

mowiliśmy, teraz mowić będziemy o znoſzeniu liczb rożnego gatunku.

7. Jak ſię czyni Addycya w liczbach rożnego gatunku?

I. Tak iako w liczbach iednegoż gatunku; na to tylko, procz wzwyż opiſanego, co do układania liczb porządku, pomnieć ieſzcze potrzeba; ażeby liczby tegoż ſamego gatunku porządnie iedne pod drugiemi w ſwoich kolumnach piſane były, iako ſię to zaraz w przykładach pokaże.

II. Jeżeli liczby niżſzego gatunku zebrane, wyſtarczaią na złożenie liczby wyżſzego gatunku, zaraz ie do liczb owego gatunku przenoſzę, a na ich mieyſcu pod niższym gatunkiem piſzę reſztę, od złożenia wyżſzych liczb pozoſtałą, albo też cyfrę o, lub kropkę, kiedy reſzty żadney nie maſz. Daymy naſtępuiący przykład:

	złote.		groſze.		ſzelągi.
Raz wydałem -	12	-	20	-	2
Drugi raz - -	6	-	24	-	1
Trzeci raz - -	15	-	9	-	2
Summa wydatku	34	-	24	-	2

Znoſzę dane liczby, zaczynaiąc od nayniżſzego gatunku, ktory tu ieſt ſzelągow; y mowię: dwa a ieden, ſą trzy, a dwa, to pięć. Pięć ſzelągow czynią groſz 1, y ſzelągow 2, ktore pod kolumną ſzelągow podpiſuię, a groſz 1 przenoſzę do groſzow; y mowię: ieden groſz z zebranych ſzelągąow, a 9, to 10, a 4, to 14, podpiſuię 4 pod iednościami groſzow, a dzieſiątek 1 do dzieſiątkow przenoſzę; y mowię: 1 a 2, ſą 3, a 2, ſą 5, pi-

ſzę

ſzę całe 54. na ſtronie. A że 54 groſzy, czynią mi złoty 1 y groſzy 24, więc 24 pod groſzami podpiſuię, a złoty ieden do złotych przenoſzę; y mowię: 1 złoty pozoſtały, a 5, ſą 6, a 6, ſą 12, a 2, ſą 14, piſzę 4 pod iednościami złotych, a ieden dzieſiątek znoſzę z naſtępuiącą kolumną dzieſiątkow; y mowię: 1, a 1, ſą 2, a 1, ſą 3, piſzę 3 pod oſtatnią kolumną ku lewey ręce. Wychodzi tedy ſumma wydanych pieniędzy naſtępuiąca: złotych 34. groſzy 24. ſzelągow 2.

8. Kiedy ſciany do zebrania dane będą bardzo długie, iak ſobie ułatwić Addycyą?

Gdy ſciany do zbierania dane będą arcy długie, iak ſię trafia w regeſtrach, ktore ſię pułćwiartkami zbieraią, tak iż liczb w iedney kolumnie zamkniętych, pamięcią obiąć trudna, w ten czas ułatwiaiąc ſobie Addycyą, dzielę ſcianę iednę na kilka podziałow. Te przedziały nayprzod w ſummy parcyalne zbieram, a potym też ſummy parcyalne w iednę generalną ſummę znoſzę. Oto wizerunek tego w naſtępuiącym przykładzie:

złote.	groſze.	ſzel.	
20	15	1	Pierwſzy przedział
136	24	2	Summa parcyalna
85	10	2	z niego.
14	6	2	
9	16	-	zł. gr: ſz:
12	9	1	278 22 2.
34	17	1	
16	6	2	Drugi przedział
7	-	-	Summa parcyalna
12	25	2	z niego.

5	26	1			
52	20	2			
15	15	2			
64	18	1			
19	27	2	zł:	gr:	ſz:
6	21	-	235	29	1.
złote.	groſze.	ſzel.			
43	14	1			
7	21	2	Trzeci przedział.		
10	5	-	Summa parcyalna		
13	12	1	z niego.		
4	9	1			
14	15	-			
20	10	2	zł:	gr:	ſzel:
2	15	-	116	13	1.
631	5	1	Sum: general: z ſumm parcyalnych zebrana.		

9. Jaki ieſzcze bydź może ſpoſob łatwego zbierania ſcian choćby naydłuższych?

Ten naſtępuiący: Zaczynam zwyczaynie rachować od oſtatniego gatunku, y wszędzie, gdzie liczby dodane wynoſzą dzieſięć, na boku kładę kryſkę, lub też na inſzym papierze, zwłaſzcza, gdy regeſtra znoſzę; reſztę od dzieſiątka pozoſtałą, z dalſzemi liczbami dodaię. Całą kolumnę ſkończywſzy, to co ſię nad oſtatni dzieſiątek zoſtaie, pod tąż kolumną piſzę. Dzieſiątkow do przenieſienia na drugą kolumnę tyle mam, ile ieſt kryſek na papierze naznaczonych. Dzieſiątki zaś proſte, do dzieſiątkow proſtych dodaię, dzieſiątki ſtow, do ſtow, dzieſiątki tyſięcy, do tyſięcy &c. Na koniec z dzieſiątkow niższego gatunku, tyle liczb

wyż-

wyżſzego gatunku, ile można, złożywſzy; reſztę pod kolumną dzieſiątkową podpiſuię: n. p.

złote.	groſze.	ſzel.
240	24-	2
12	15	-
126-	18-	1
54	27-	2
-83	12	1
15-	9-	2
4	26	1
18-	8-	-
556	22	-

Dodaię złote.

326	Liczby pozoſtałe nad dzieſiątki.
II III	
23	Trzy kryſki zebrane z pierwſzey kolumny złot: Dwie z drugiey kolumny złot:
556	

10. Jaka ieſt Addycyi proba?

Proba Addycyi gruntowna y niezawodna, czyni ſię przez Subtrakcyą, o ktorey że ieſzcze nauki niedało ſię, więc tę probę niżey wyłożemy, gdy Subtrakcyi robienia kſztałt ukazany będzie.

Jnni doświadczaią Addycyi przez wyrzucenie każdey liczby dziewiątey, tak z liczb do zebrania danych, iako y ſummy; ale ten ſpoſob doświadczania, iż częſto bywa mylny, dla tego ſię opuſzcza.

Naypowſzechnieyſza Addycyi proba, i ktora ſię w zbieraniu liczb regeſtrowych pospolicie zachowuie, ieſt ta: powtorzyć z uwagą tęż ſamę Addycyą, odmieniaiąc tryb rachowania, to ieſt: zbieraiąc kolumny z gory na doł, ieśli ſię wprzod z dołu do gory zbierały. Jeżeli taż ſama ſumma wypadnie, znak ieſt dobrze y należycie uczynioney Addycyi. Jeżeliby zaś ſumma rożna wypadała, to trzeba ieſzcze ponowić Addycyą, poki ſię ktore ſummy z ſobą niezgodzą. Nieobiaśniamy przykładem

dem tego ſpoſobu proby, bo ſam przez ſię ieſt iasny.

Jnſze doświadczania Addycyi ſpoſoby, ktore ſię w Arytmetykach znayduią, pomiiamy, iako bardziey Szkolne, niż użyteczne.

§. 3.

O odciąganiu liczb tegoż ſamego, y rożnego gatunku.

11. CO ieſt odciągnienie czyli Subtrakcya? Jeſt odciągnienie liczby mnieyſzey od więkſzey. Albo: ieſt wynalezienie między dwiema danemi liczbami przewyżki, czyli rożnicy, ktorą liczba więkſza, liczbę mnieyſzą przewyżſza. Na przykład: odciągaiąc 2 od 5. Szukam takiey liczby, ktorą 5 y 2, między ſobą rożnią ſię; to ieſt: ktora dodana do 2, czyni 5. a odcięta od 5, czyni 2. iako w teraźnieyſzym przykładzie ieſt 3.

12. Jak ſię terminy w Subtracyi zowią, y iak ſię kładą?

I. W Subtrakcyi ta liczba od ktorey odciągam, zowie ſię: więkſza; ta ktorą odciągam, zowie ſię: mnieyſza. Liczba z odciągnienia wypadaiąca, zowie ſię reſzta, rożnica, albo przewyżka. Liczby do odciągnienia dane, obydwie iednegoż gatunku bydź powinny, inaczey odciągaćby ſię nie mogły. Liczba albowiem mnieyſza ieſt częścią liczby więkſzey, część zaś zawſze powinna bydź podobna rzeczy tey, ktorey ieſt częścią.

II. Liczba więkſza kładzie ſię na wierżchu; liczba zaś mnieyſza, kładzie ſię na spodzie, zachowuiąc w ułożeniu liczb tenże ſam porządek,

rządek, co y w Addycyi; potym obydwie te liczby liniiką podkryślaią się.

13. Jak się daley robi Subtrakcya?

1. Ułożywszy należycie liczby, odciągam, zacząwszy od końca, kolumnami, iedności od iedności, dziesiątki od dziesiątkow, sta od stow. Jeżeliby zaś na mieyscu wyższym była cyfra, lub liczba mnieysza od niższey, ktorą mam odciągać, w ten czas z następuiącey kolumny pożyczam dziesiątka, y tę liczbę, od ktorey pożyczałem, naznaczam dla pamięci kropką. Pożyczaiąc od liczby wyższey, ta zmnieysza się iednym; przeciwnie zaś liczbie niższey iedno przyrasta, gdy od niey pożyczam. Gdyby zaś w rzędzie wierzchnim była cyfra, od ktorey trzebaby mi pożyczać, albo ciągiem kilka cyfer, to posiągam się aż do liczby rzetelney, y pożyczam iednego dziesiątka, to iest: albo sta, albo tysiąca; pierwsza cyfra w ten czas, od prawey ręki będzie znaczyła dziesięć, insze zaś cyfry, aż do liczby rzetelney, będą znaczyły po dziewięć.

11. Odciągnąwszy liczbę niższą od wyższey, gdy się nic niezostaie, przy początku rachuby od prawey ręki, kładę cyfrę o, przy końcu zaś od lewey, kładę liniikę podługowatą.

Przykład 1. Chcąc wiedzieć iak dawno w Polszcze sol ziemna wynaleziona; przypominam sobie z historyi, iż była odkryta za Bolesława Wstydliwego roku P. 1251. kładę tedy na wierzchu rok teraźnieyszy 1775, a na spodzie rok wzmiankowany 1251. w ten sposob:

Liczba większa	1775.
mnieysza	1251.
Reszta	-524.

Już

Już tedy 524. lat, iak sol w Bochni ieſt odkryta.

Przykład II. Złączenie Litwy z Polſką zupełne y wieczyſte ſtanęło w Lublinie za Zygmunta Auguſta, roku 1569. Chcąc tedy wiedzieć wiele lat wyſzło od tego złączenia, kładę w pierwſzym rzędzie rok teraźnieyſzy 1775, a w drugim rok wſpomniony tak:

Liczba	więkſza	1775.
	mnieyſza	1569.
Reſzta		206.

W tym drugim przykładzie zaczynaiąc robotę, ponieważ 9 od 5 odciągać nie mogę, zaczym pożyczam dzieſiątka od naſtępuiącey liczby w drugiey kolumnie, to ieſt od 7. ktore naznaczam kropką dla pamięci y mowię: 9 od 15, zoſtaie ſię 6, ktore pod iednościami niżey liniiki piſzę. Potym mowię: 6 od 6, zoſtaie ſię nic, czyli 0, piſzę tedy cyfrę pod drugą kolumną. Daley mowię: 5 od 7, zoſtaie ſię 2, piſzę te dwa pod trzecią kolumną. Nakoniec mowię: 1 od 1, zoſtaie ſię nic, kładę pod oſtatnią kolumną liniikę podługowatą, bo iuż więcey liczb nie mam do odciągania. Dochodzę tedy, iż iuż 206. lat, iak Litwa wieczyście z Polſką złączona.

14. Jeżeli liczb parcyalnych do odciągnienia z ſummy generalney danych będzie kilka, co na ten czas czynić potrzeba?

Na ten czas wſzyſtkie liczby parcyalne do odciągnienia dane, wprzod w iednę ſummę zbieram, toż dopiero ſummę z nich zebraną, od ſummy generalney odciągam, ſpoſobem

wyż-

wyżey przepisanym: n. p. Wziął kto na expens złotych - - 164

Z tych wydał raz:	-	25
drugi raz:	-	30
trzeci raz:	-	12
czwarty raz	-	56

Chce wiedzieć wiele mu ſię ieſzcze pieniędzy na expens zoſtaie.

Parcyalne ſummy zbieram w iednę, mam zł: 123.

Teraz odciągam od ſummy generalney 164.
123.

Reſzta pieniędzy na expens zł: -41.

Ale iuż podźmy do odciągania liczb rożnego gatunku.

15. Kiedy liczby rożnego gatunku dane będą do odciągania, iak ſię czyni Subtrakcya?

Tak iak w liczbach iednego gatunku. Na to tylko baczność mieć należy, ażeby gatunki pod gatunkami, iak w Addycyi, porządnie piſane były. To uczyniwſzy gatunek od gatunku odciągam, a reſztę pod kolumnami ſwoiemi podpiſuię. Jle razy zaś liczba niżſza, większa będzie od wyżſzey w tym ſamym gatunku, a zatym odciągnąć ſię nie może, w ten czas z naſtępuiącego wyżſzego gatunku, pożyczam iedności, y zredukowawſzy ią na tenże ſam gatunek, ktory odciągam, znoſzę to z liczbami w tymże ſamym gatunku na mieyſcu wyżſzym będącemi, y dopiero od nich liczbę niżſzą odciągam. Jaśniey w naſtępuiących przykładach to ſię okaże:

Przykład 1. Piotr winien Pawłowi złotych 64. gr: 12. Wypłacił mu iuż złot: 36. gr: 15. ſzel.

ſzel: 2. Chcę wiedzieć ile mu ieſzcze winien? Kładę większą liczbę w pierwſzey linii, a mnieyſzą w drugiey, tak:

	złote.	groſze	ſzel.
Liczba większa:	64	12	-
Liczba mnieyſza:	36	15	2
Reſzta długu:	27	26	1.

W tym przykładzie, ponieważ na mieyscu wyżſzym w tym oſtatnim gatunku, ſzelągow nie maſz, pożyczam więc od wyżſzego gatunku, to ieſt: od groſzy, groſza 1, ktory na 3 ſzelągi zredukowawſzy, odciągam od nich ſzelągi 2 na mieyſcu niżſzym położone, zoſtaie ſię ſzeląg 1, ktory piſzę pod kolumną ſzelągow. Potym pomykam ſię do wyżſzego gatunku groſzow. A ponieważ 5 groſzy od 1. (gdyżem iuż od 2. iednego pożyczył) odciągać nie mogę, pożyczam dzieſiątka, y mowię: 5 od 11. zoſtaie ſię 6, ktore piſzę pod pierwſzą kolumną groſzy. W drugiey kolumnie groſzow, ponieważ iuż nic na mieyſcu wyżſzym nie maſz (gdyżem iednego dzieſiątka, ktory tam był, iuż pożyczył) y iednego, ktore leży na mieyſcu niżſzym, odciągać nie mogę; zaczym od kolumny złotych pożyczam złotego iednego, y ſprowadzam go na groſzy 30, toż ieden dzieſiątek na dole leżący od 3 odciągam, y zoſtaie ſię 2, ktore piſzę pod dzieſiątkową groſzy kolumną. Naoſtatek idę do złotych, y ponieważ 6 od 3 odciągnąć nie mogę (bom od 4 pożyczył 1) pożyczam od naſtępuiącey kolumny złotych, dzieſiątka; y mowię: 6 od 13, zoſtaie ſię 7, ktore piſzę pod liniiką; potym: 3 od 5, zo-

ſtaie

ſtaie ſię 2, ktore także piſzę pod liniiką, poſtępuiąc ku lewey; y mam wypadaiącą reſztę należącego długu: złotych 27. groſzy 26. ſzeląg 1.

Przykład II. Dano mi na expens złot: 85. Z tych wydałem złotych 54. gr: 24. ſzeląg 1. Pragnę wiedzieć, wiele mi ſię ieſzcze zoſtaie?

	złote	groſze	ſzel:
Liczba więkſza	85	-	-
Liczba mnieyſza	54	24	1.
Reſzta pieniędzy:	30	5	2.

W tym przykładzie, ponieważ ſumma więkſza niema groſzy, ani ſzelągow w ſzczegulności wyrażonych, od ktorychbym groſze y ſzelągi w mnieyſzey liczbie położone odciągnął, przeto w ſummie więkſzey od złotych, iednego złotego pożyczam, y redukuię go na groſzy 30. Z tych 30 groſzy, biorę znowu groſz 1, y redukuię go na 3 ſzelągi; tym ſpoſobem, mam iuż od czego odciągać wſzyſtkie gatunki w niżſzey liczbie położone; właśnie iak gdyby liczba więkſza tak była wyrażona: dano mi złotych 84. groſzy 29. ſzelągow 3. Potym czyni ſię Subtrakcya ſpoſobem wyżey podanym.

16. Na co ieſzcze w odciąganiu wzgląd mieć potrzeba?

Na to: kiedy ſię trafi, iż ſumma zebrana z liczb danych do odciągnienia, przewyżſza ſummę, od ktorey należałoby odciągać, co ſię częſto w regeſtrach expenſowych trafiać zwykło; w ten czas ułożenie liczb odmieniam tak, żeby ſumma generalna drugie mieysce trzymała; bo w tym razie nieſzukam reſzty,

ale wydatku nad samę perceptę: n. p. Wziąłem na expens złotych 146. groſzy 15. Wydałem zaś złotych 167. groſzy 20.

Układam tak:

	złote.	groſze
	167	20.
	146	15.
Wydałem nad perceptę:	21	5.

17. Jak ſię doświadcza Subtrakcya?

Doświadczenie Subtrakcyi należycie uczynioney naygruntownieyſze, czyni ſię przez dodanie liczby mnieyſzey y rożnicy, czyli reſzty, ktora ſumma liczbie większey rowna bydź powinna. W ſubtrakcyi albowiem liczba mnieyſza, ktora ſię od liczby większey odciąga, y reſzta po odciągnieniu pozoſtała, ſą dwie części iſtotne, z ktorych liczba większa, od ktorey odciągamy, składa ſię. Zaczym ſumma z tych dwoch części, między sobą zniesionych wynikaiąca, daney liczbie większey we wſzyſtkim rowna bydź powinna; ieżeli zaś z nią niezgadza ſię, znak ieſt omyłki iakieyſiś w Subtrakcyi. Doświadczenie to zasadza ſię na owym *Axiomacie* Geometrycznym: Rzecz cała rowna ieſt wszyſtkim swoim częściom wraz wziętym; y wszyſtkie części wraz wzięte, wyrownywaią rzecz całą, ktorey są częściami. Niech będzie przykład naſtępuiący:

	złote	groſze	ſzel.
Percepta - -	45	24	1.
Expensa - -	32	12	2.
Reszta - -	13	11	2.
Summa reszty z liczbą mnieyszą zniesioney:	45	24	1.

Jnsze Subtrakcyi proby, iako mniey potrzebne, pomiiam.

18.

18. Jak się doświadcza Addycya przez Subtrakcyą, o czym wyżey (na kar: 11.) namieniłem?

Sposobem następuiącym: po uczynioney Addycyi, iednę z liczb poiedynczo danych odcinam, a wszystkie insze procz niey zbieram, y od kwoty, czyli summy generalney odciągam. Reszta od summy po odciągnieniu pozostała, powinna bydź rowna we wszystkich swoich częściach, liczbie owey iedney z liczb danych odciętey, inaczey, znakby był Addycyi źle uczynioney. Racya tego doświadczenia ta iest: w Addycyi liczby do zniesienia dane, wszystkie w summie generalney zamykaią się, a zatym summy owey są częściami tak, że z nich cała istotnie składa się. Dowieść tedy dobrze uczynioney Addycyi, nic innego nie iest, tylko pokazać, iż summa generalna wszystkie liczby dane spełna w sobie zamyka, a zatym liczbom danym we wszystkich swoich częściach zupełnie iest rowna. To doświadczenie zasadza się na owey prawdzie niezawodney Geometryczney: Jeżeli z danych dwoch summ, lub rzeczy iakichkolwiek we wszystkim sobie rownych, odcięte będą inne we wszystkim między sobą rowne summy lub rzeczy, reszty od nich pozostałe rowne bydź powinny. Jako następuiący przykład ukazuie y stwierdza:

	złote	grosze	szel.
Odcinam: - -	24	12	2.
Zbieram: - -	10	15	1.
	3	21	2.
Summa generalna:	38	19	2.

	złote	grosze	szel.
Zbior dwoch liczb niższych: -	14	7	-
Reszta: -	24	12	2.

W tym przykładzie ze trzech liczb do zniesienia danych, odciąwszy: n. p. pierwszą., a drugie dwie razem zebrane od summy generalney odciągnąwszy, reszta wypadaiąca, liczbie pierwszey odcięțey rowna się zupełnie.

Przestroga. Com wyżey w Addycyi powiedział, to samo teraz powtarzam, iż naylepszy y naypospolitszy sposob doświadczania reguł Arytmetycznych należycie uczynionych iest, po uczynioney pierwszey rachubie, drugi raz onęż z zupełną powtorzyć uwagą, rachuiąc z gory na doł, ieżeli się przed tym z dołu rachowało.

§. 4.

O rozmnożeniu liczb iednego y rożnego gatunku.

19. CO iest rozmnożenie, czyli multyplikacya?

Jest iedney liczby przez drugą pomnożenie; z ktorych liczb iedna tyle razy się powiększa, ile razy w drugiey mieści się iedno. Na przykład: multyplikować 3 przez 2, nic innego nie iest, tylko wynaleść taką liczbę, w ktorey tyle razy mieści się 3, ile razy we 2 mieści się iedno, iaka liczba w tym razie będzie 6; bo iako iedno we 2, tak 3 w 6, dwa razy spełna zamyka się.

20. Jak się liczby, czyli terminy w multyplikacyi zowią, y iak się kładą?

W mul-

W multyplikacyi ta liczba, ktora ſię rozmnaża, zowie ſię: liczba rozmnożna; ta zaś, przez ktorą rozmnażam, zowie ſię: rozmnożyciel. Summa z tey multyplikacyi wynikaiąca, zowie ſię: produkt, albo *factum*. Liczba tedy rozmnożna kładzie ſię na wierżchu; rozmnożyciel zaś kładzie ſię na spodzie tak, aby iedności iednościom, dzieſiątki dzieſiątkom, ſta ſtom korrespondowały. Potym obydwie te liczby liniiką podkryślaią ſię. Cyfry na końcu liczby tak rozmnożney, iako y rozmnożyciela, ieśli ſię iakie znayduią, można przed multyplikacyą odciąć, a potym do produktu na końcu oneż przydać.

21. Jak ſię odprawuie multyplikacya?

1. Biorę poiedynczo liczby rozmnożyciela, y przez wszyſtkie z osobna, rozmnażam liczby wszyſtkie w wyższym rzędzie położone; zaczynaiąc mnożyć od końca, y produkt z nich wypadaiący niżey liniiki pod kolumnami korresponduiącemi tak, iak w Addycyi piſzę. Y gdy wyższą liczbę mnożę przez iedności, produkt zaczynam pisać pod kolumnami iedności, gdy przez dzieſiątki, produkt pisać zaczynam pod dzieſiątkami, gdy przez ſta, to produkt zaczynam pisać pod ſtami, poſtępuiąc coraz ku lewey ręce.

2. Jeżeli produkt dla wielu liczb w rozmnożycielu, w wielu zamyka ſię summach, te znowu liniiką podkryślam, y w iednę summę zbieram, ktora pokaże mi produkt generalny.

Przykład 1. Pytam ſię: Talerow bitych 45. wiele złotych Polſkich uczynią? Ponieważ w iednym talerze ieſt złotych 8, więc przez 8 daną summę Talerow bitych rozmnażam, tak:

Liczba rozmnożna 45.
Rozmnożyciel 8.

Produkt: - - 360.

Zaczym Talerow bitych 45, czynią mi złotych 360.

Przykład 2. Na ieden tydzień expensuiąc złotych 12, chcę wiedzieć, wiele wydam za tygodni 52? Układam liczby tak:

52 Rozmnożna liczba.
12 Rozmnożyciel.

104
52

624 Produkt.

W tym przykładzie, podkryśliwszy ułożone liczby liniiką, zaczynam robotę od ręki prawey, y mowię: dwa razy dwa, są cztery, y kładę 4 pod kolumną iedności. *Powtore:* mowię: dwa razy pięć, są 10, piszę całe 10 pod kolumną dzieſiątkow, wyſtępuiąc iednym ku lewey ręce. *Potrzecie:* biorę drugą figurę z rozmnożyciela, ktora ieſt na mieyscu dzieſiątkow; y mowię: raz dwa, ſą dwa; a że przez drugą figurę rozmnożyciela, daną liczbę mnożę, więc produkt w drugiey linii pisać powinienem; że zaś ta figura rozmnożyciela leży na mieyscu dzieſiątkow, tedy produkt pod kolumną liczb dzieſiątkowych pisać poczynam, y dwa z multyplikacyi wypadaiące kładę pod cyfrą 0. *Poczwarte:* mowię: raz pięć, są 5, ktore pod naſtępuiącą ſtow kolumną kładę. To uczyniwszy, ponieważ produkt z rozmnożenia liczb danych, zamyka ſię we dwoch wierszach, przeto podkryślam ie liniiką, y do

iedney

iedney summy znoszę; ktora na koniec pokazuie mi, że za tygodni 52, wydaiąc na każdy złot: 12, wydam złotych: 624.

Przykład 3. Kupuiąc 250. beczek wina, każdą po trzyſta złotych, pytam wiele za wſzyſtko należy ſię?

$$\begin{array}{r} 25/0 \\ 3/00 \\ \hline 75{,}000 \end{array}$$

W tym przykładzie odcinam cyfry z liczby rozmnożney y rozmnożyciela, multyplukuię tylko 25 przez 3. Mam produkt 75, do ktorego przydaię odcięte cyfry, y mam produkt generalny: 75000. złotych, ktore za 250. beczek wina wypłacić powinienem.

22. Jeſtże iaki inszy robienia multyplikacyi sposob?

Jeſt piękny y łatwy przez faktory liczby rozmnażaiącey. Faktory zaś iakiey liczby, ſą to te liczby, ktore wzaiemnie między sobą rozmnożone, też samę liczbę rodzą. Tak n. p. liczba 12, ma faktory 3, y 4. albo: 6, y 2, bo te liczby między sobą rozmnożone, rodzą liczbę 12. Podobnie liczby 24, faktory są 4, y 6, albo 3, y 8, bo multyplikuiąc 6 przez 4, wychodzi 24, a multyplikuiąc 8 przez 3, także wychodzi 24. Zaczym za iedno ieſt iaką liczbę: n. p. 36 mnożyć przez 24, iak mnożyć przez 4, a ten produkt znowu rozmnożyć przez 6, to ieſt: przez drugiego faktora. Łacniey zaś ieſt multyplikować przez iednę figurę, iak przez dwie lub więcey. Y ten ieſt faktorow pożytek. Niech będzie naſtępuiący przykład:

A.

A	254	1524	
B	36	6	drugi ſaktor.
Produkt gen:	9,144.	9144	

Szukam faktorow liczby 36, y mam z Tablicy Pitagoresa 6, y 6, więc liczbę A rozmnażam nayprzod przez 6, a produkt: 1524. rozmnażam przez drugiego ſaktora 6. Y mam generalny produkt: 9144. tenże sam, iak gdybym daną liczbę razem przez 36. multyplikował.

23. Jaki ieſt ſpoſob łatwego liczb multyplikowania?

Łatwego liczb danych rozmnożenia naylepſzy ſpoſob ieſt: umieć na palcach liczby rachować; albo mieć przed oczyma tablicę Pitagoresa.

Na palcach rąk tak ſię liczby rachuią: każdemu palcowi daie ſię iedna liczba, to ieſt uchowemu czyli małemu, 1. serdecznemu 2. śrzedniemu 3. ſkazuiącemu 4. wielkiemu 5; y iedna liczba rachuie ſię na palcach prawey ręki, a druga na lewey. Gdy zaś przyidzie choć w iedney liczbie do 6, zginam palec uchowy, gdy do 7. zginam serdeczny, gdy do 8, zginam śrzedni, gdy do 9, zginam ſkazuiący. Palce zgięte, znaczą dzieſiątki, palce zaś proſte pozoſtałe, znaczą iedności. Proſte więc między ſobą multyplikuię, y do dzieſiątkow dodaię, y tak mam cały produkt. Na przykład: chcąc wiedzieć wiele czyni pięć razy ſiedm: w prawey ręce zginam palec uchowy y serdeczny, y mam dwa dzieſiątki, reſztę palcow ſtoiących multyplikuię, y mowię: trzy razy pięć (bom w lewey żadnego palca niezgiął) ſą 15, dodaię do dwoch dzieſiątkow, y mam 35. Podobnie chcąc wiedzieć, wiele mi czyni pięć razy dziewięć: zginam w prawey

ręce

ręce cztery palce, y mam 4 dzieſiątki; proſte palce multyplikuię: raz pięć, są pięć, dodaię to razem, y mam 45. Zarownie chcąc wiedzieć, wiele mi uczyni, ośm razy dziewięć. Zginam na iedney ręce zaczynaiąc zawsze od 6, trzy palce, na drugiey 4, y mam dzieſiątkow 7. palce proſte pozoſtałe rozmnażam, mowiąc: raz dwa, są 2, znoszę to razem, y mam produkt: 72. y tak daley.

Co ſię zaś tycze Tablicy Pitagoresa, od swego wynalazcy tak nazwaney, oto ią masz zrobioną y tak iey używay: Dwoch liczb zadanych, iedney z gory, drugiey z boku bierz kolumnę; owa liczba, na ktorey te dwie kolumny schodzą ſię, ieſt należyty iey produkt: n. p. gdy chcę wiedzieć, wiele mi czyni: ſiedm razy ośm; biorę ſiedm w pierwszey linii gorney, a ośm w linii poboczney, ktorych liczb kolumny, że ſię schodzą na liczbie 56, zatym 56 ieſt produktem liczb danych, to ieſt ſiedmiu y ośmiu.

TABLICA PITAGORESOWA.

A	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	C.
	2	4	6	8	10	12	14	16	18	20	
	3	6	9	12	15	18	21	24	27	30	
	4	8	12	16	20	24	28	32	36	40	
	5	10	15	20	25	30	35	40	45	50	
	6	12	18	24	30	36	42	48	54	60	
	7	14	21	28	35	42	49	56	63	70	
	8	16	24	32	40	48	56	64	72	80	
	9	18	27	36	45	54	63	72	81	90	
B	10	20	30	40	50	60	70	80	90	100	D.

Tablicę Pitagoresa Jan Neper, rodem Szkot dziwnym przemyſłem rozmnożył, y na ruchome Tabliczki podzielił, za ktorych pomocą, y naywiększych liczb multyplikacyą y dywizyą bardzo łatwo odprawić można.

24. Jaki tedy ieſt ſpoſob wielkich liczb mnożenia na tablicach Nepera, y iak ie robić potrzeba?

Tabliczki Nepera robią ſię tak: z drzewa lub moſiądzu, albo też z tektury robi ſię dziewięć naywięcey tabliczek podługowatych czworgr niaſtych. Każda z nich rownym wymiarem dzieli ſię na dziewięć kwadratow małych. Te tabliczki znowu liniiką poprzeczną od kąta ręki prawey z gory do kąta ręki lewey nadoł, przecinaią ſię na dwa troygrańce, procz pierwszey tabliczki, na ktorey naturalnym porządkiem liczby piſzą ſię, zacząwszy od 1 aż do 9, y zowią ſię wielorazy.

To uczyniwſzy, w troygrańce na tabliczkach przez rozcięcie kwadratowe porobione, wpiſuią ſię liczby z kolumn tablicy Pitagoreſowey tak: aby liczby dzieſiątkowe w wyżſzym troygrańcu od lewey ręki, a iedności w niższym od ręki prawey, kładzione były. A że każda podługowata takowa tabliczka ieſt czteroboczna, zaczym na każdym boku można inne kolumny z tablicy Pitagoresa wpisywać: n. p. na iednym boku kolumnę z pod 1, na drugim kolumnę z pod 2, na trzecim z pod 3, na czwartym kolumnę z pod 4. Tabliczki z tektury, ponieważ nie ſą czteroboczne, trzeba ich więcey zrobić, iak dziewięć, tym końcem, aby, gdy iednę liczbę brać przyidzie kilka razy, łatwo na tychże tabliczkach znaleść

ſię

ſię mogła. Tymże samym końcem, na dwoch lub trzech tabliczkach, same tylko cyfry popiſać trzeba, dla zażycia ich, gdy tego potrzeba będzie. Podźmy iuż do ich używania.

Na wspomnionych tedy Nepera Tablicach, tak ſię czyni, mianowicie liczb wielkich multyplikacya. Chcąc n. p. 5836 mnożyć przez 492; biorę nayprzod tabliczki: E. H. C. F. na ktorych u wierzchu ſą liczby: 5,8,3,6. do rozmnożenia dane, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, tym porządkiem, iak cena liczb wyciąga. *Powtore:* biorę tabliczkę A z liczbami naturalnemi, y kładę ią na lewym boku tabliczek iuż ułożonych, na ktorey znayduią ſię liczby 4,9,2, z ktorych rozmnożyciel ſkłada ſię. *Potrzecie:* Poprzeczna kolumna liczby 2, ktora w rozmnożycielu znaczy iedności, ieſt produktem z multyplikacyi daney liczby 5836 przez 2. Poprzeczna kolumna liczby 9, ktora w rozmnożycielu znaczy dzieſiątki, ieſt produktem daney liczby, przez drugą figurę multyplikatora 9. Poprzeczna nakoniec kolumna liczby 4, ktora w rozmnożycielu znaczy ſta, ieſt produktem daney liczby przez trzecią figurę multyplikatora 4.

Teraz zbieram te trzy produkta, a nayprzod produkt wynikaiący z multyplikacyi przez 2, to ieſt: biorę nayprzod z oſtatniego troygrańca 2, y piſzę ie na osobney karcie, na mieyscu iedności; potym w naſtępuiącym poprzecznym podługowatym kwadracie, biorę 1 y 6, ktore czynią 7. piszę ie na mieyscu dzieſiątkow. W dalszym podługowatym kwadracie biorę 6, y piszę na mieyscu ſtow; daley w trzecim poprzecznym kwadracie biorę 1 y 0,

co

co mi czyni 1, piszę go na mieyscu tysięcy; naoſtatek z oſtatniego od lewey ręki troygrańca biorę 1, y piszę go na mieyscu dzieſiątkow tyſięcy; wychodzi mi cały produkt z multyplikacyi daney liczby przez 2: 11672. Tymże sposobem zbieram liczby z poprzeczney kolumny 9, y mam produkt: 52524; że zaś 9 w rozmnożycielu znaczyły dzieſiątki, więc ten produkt zaczynam pisać od kolumny dzieſiątkow. Naoſtatek zbieram liczby z poprzeczney kolumny 4, y mam produkt: 23344, y zaczynam go pisać od kolumny ſtow, bo 4 w rozmnożycielu znaczyły ſta:

	11672
	52524
Te trzy produkta parcyalne zebrawszy, mam nakoniec danych liczb produkt generalny:	23344
	2,871,312



TABLI-

TABLICZKI
NEPERA SZKOTA.

A. E. H. C. F.

1	5	8	3	6
2	1/0	1/6	6	1/2
3	1/5	2/4	9	1/8
4	2/0	3/2	1/2	2/4
5	2/5	4/0	1/5	3/0
6	3/0	4/8	1/8	3/6
7	3/5	5/6	2/1	4/2
8	4/0	6/4	2/4	4/8
9	4/5	7/2	2/7	5/4

B. D. G. I. K. L.

2	4	7	9	0	0
4	8	1/4	1/8	0	0
6	1/2	2/1	2/7	0	0
8	1/6	2/8	3/6	0	0
1/0	2/0	3/5	4/5	0	0
1/2	2/4	4/2	5/4	0	0
1/4	2/8	4/9	6/3	0	0
1/6	3/2	5/6	7/2	0	0
1/8	3/6	6/3	8/1	0	0

Tego ſpoſobu multyplikowania wielkich oſobliwie liczb na tabliczkach Nepera, można zarownie zażyć w rozmnożeniu liczb rożnego gatunku, ale wprzod wſzyſtkie gatunki na ieden zbić, lepiey podobno będzie; o ktorych to liczbach rożne gatunki w ſobie zamykaiących, mowić teraz będziemy.

25. Jakie przypadki w mnożeniu liczb rożnego gatunku trafić ſię mogą?

W mnożeniu liczb rozmaitego gatunku, trzy

przy-

przypadki trafić się mogą. to ieſt: iż albo ſama rozmnożna liczba będzie złożona z liczb rożnego gatunku, albo ſam rozmnożyciel, albo nakoniec y rozmnożna, y rozmnażaiąca liczba będzie w ſobie zamykała rożne rzeczy gatunki.

26. Jak ſobie w każdym z tych trzech przypadkow poſtąpić trzeba?

I. W pierwſzym przypadku, gdy ſama rozmnożna liczba, rożne gatunki w ſobie zamyka, tedy przez rozmnożyciela, ktory ſię z iednego gatunku ſkłada, każdy gatunek w liczbie do mnożenia daney, multyplikuię, a po odprawioney multyplikacyi wszyſtkich gatunkow, niżſze gatunki na wyżſzy gatunek ſprowadzam, y będę miał produkt zupełny z liczb danych do mnożenia.

Przykład. Czerwony złoty podług świeżey redukcyi, zamyka w ſobie złotych 16. y groſzy 22. pytam czerw: złotych 12. wiele złotych uczynią? Układam ſobie dane liczby podług wzwyż przepiſanego prawa, a rozmnożyciela pod obydwoma gatunkami podpiſuię, tym ſpoſobem:

	złote.	groſze.	
	16.	22.	
Czerw: złotych	12.	12.	
Produkt złotych:	192.	264.	groſzy.

Groſzy 264. ſprowadziwſzy na złote, dzieląc przez 30. groſzy, mam złotych 8. y groſzy pozoſtałych 24. Dodaię złote do złotych, y mam ogułem złotych: 200. y groſzy 24, ktore mi wyſzły z czerwonych złotych 12.

II. W przypadku drugim, kiedy rozmnożyciel

ciel z wielu gatunkow, a liczba rozmnożna z iednego ſkłada ſię, podobnie przez każdy gatunek rozmnożyciela multyplikuię oſobno liczbę do mnożenia daną, a po ſkończoney multyplikacyi, gatunki niżſze, na gatunek wyżſzy zredukowane, pokażą mi produkt generalny.

Przykład. Łokieć ſukna płacąc po złot: 8. gr: 14. pytam wiele dać powinienem za tegoż ſukna łokci 26? Układam dane liczby, y dwa razy piſzę liczbę rozmnożną, tak:

Łokcie	26.		26.
Złote	-8.	gr:	14.
Produkt: -	208.		364.

Sprowadzam teraz groſze 364. na złote, dzieląc ie przez 30, y wychodzi mi złotych 12. y groſzy 4. Dodaię złote do złotych, y mam cały produkt: złotych 220. gr: 4. ktore za 26. łokci ſukna wypłacić mam.

III. W trzecim przypadku; kiedy tak w rozmnożycielu, iako y w rozmnożney liczbie będą rożne gatunki, w ten czas wſzyſtkie gatunki w obydwoch liczbach, na nayniżſzy gatunek redukuię, y dopiero maiąc liczby obydwie do iednegoż gatunku ſprowadzone, multyplikuię ie między ſobą; produkt zaś z rozmnożenia wypadaiący, na naywyżſzy gatunek redukuię. Oto przykład:

Zarabia kto na dzień złotych 2. groſzy 9. pytam ile zarobi przez rok, y dni 20.

W tym przykładzie redukuię nayprzod rok na dni 365; do nich dodaię dni 20, y mam wſzyſtkich dni: 385. Potym ſprowadzam złotych 2. na groſzy 60, do tych dodaię groſzy 9, y mam razem groſzy 69. Nakoniec te li-

czby

czby zmultyplikowawszy, y na złote sprowadziwszy, wypadnie produkt liczb danych:

385.
69.
———
3465.
2310.
———
Produkt groszy: 26,565.

Grosze te sprowadzam na złote, dzieląc ie przez 30, y będę miał złotych 885. a groszy 15. Tyle więc wspomniony rzemieślnik zarobi na rok cały y dni 20. Odcinaiąc atoli święta, w ktore nie robił, mniey mu zysku wypadnie.

27. Jaki iest sposob na doświadczenie dobrze odprawioney multyplikacyi?

Na doświadczenie dobrze odprawioney multyplikacyi, sposob naylepszy, iest przez dywizyą, ktory niżey obiaśniemy, gdy o dywizyi dostateczną naukę damy.

Przestroga. W multyplikacyi zarowno iest, tę lub owę z liczb danych, w wyższym rzędzie położyć, bo zawsze iedna przez drugą rozmnaża się; atoli zawsze na wierzchu kładzie się większa, iak w przyłączonych przykładach widzieć się dáie.

§. 5.

O dzieleniu liczb tak iednego, iako y rożnego gatunku.

28. CO iest dywizya czyli dzielenie?

Jest wynalezienie liczby takiey, ktora mi pokazuie, ile razy ze dwoch liczb do podzielenia danych, liczba mnieysza w liczbie

większey

większey brać się może: n. p. dzieląc 9 przez 3, wypadnie 3, krore mi pokazuią, że 3 w 9 mieszczą się trzy razy.

Albo też: dywizya; iest wynalezienie liczby takiey, ktora tyle razy zamyka w sobie iedno, ile razy w liczbie podzielney, dzielnik czyli liczba, przez ktorą dzielę, mieści się. Tak n. p. dzieląc 8 przez 4, szukam takiey liczby, w ktorey tyle razy zamyka się iedno, ile razy cztery w ośmiu mieści się; iaka liczba w danym przykładzie iest 2.

29. Jak się liczby w dywizyi nazywaią, y iak się kładą?

1. Z liczb do podzielenia danych, liczba większa, ktorą mam dzielić, zowie się: liczba podzielna; liczba mnieysza, przez ktorą dzielę, zowie się dzielnik; liczba nakoniec z dywizyi wynikaiąca, zowie się: wieloraz, *Quotiens* albo *Quotus*.

2. Układaią się zaś wspomnione liczby tak: liczba podzielna kładzie się we śrzodku; od lewey ręki kładzie się dzielnik, kreską od podzielney liczby odłączony; na prawey ręce za kreską kładzie się wieloraz, to wszystko pisze się wiedney linii.

30. Jak się czyni Dywizya?

Nayprzod: Z liczby podzielney, zaczynaiąc od lewey ręki, ucinam tyle figur, ile ich iest w dzielniku, ktore ieżeli mniey wynoszą od dzielnika, przydaię im ieszcze iednę następuiącą figurę; a dla pamięci kreskę przy niey kładę. Potym uważam, ile razy dzielnik w liczbach odciętych brać się może, y liczbę to wskazuiącą piszę na prawey ręce, za część pierwszą wieloraza.

Powtore: Przez tę część wieloraza multyplikuię całego dzielnika, a produkt wynikaiący odciągam od figur z liczby podzielney odciętych.

Potrzecie: Do reszty, ieżeli się iaka została, ktora od dzielnika zawsze mnieysza bydź powinna, składam następuiącą nową figurę z liczby podzielney, naznaczywszy ią kreską, y uważam znowu, ile razy w tych liczbach dzielnik mieści się; y takową liczbę piszę za drugą część wieloraza.

Poczwarte: Przez tę drugą część wieloraza multyplikuię znowu całego dzielnika, a produkt pod liczbami, ktorem dopiero dzielił, podłożywszy, odciągam go od onychże. Do reszty składam znowu z liczby podzielney nastąpuiącą figurę, y uważam, ile razy w tych liczbach dzielnik zamyka się; co będzie trzecią częścią wieloraza, przez ktorą multyplikuię znowu całego dzielnika, y tak daley czynię, poki wszystkich liczb podzielnych nieprzeydę.

To także wiedzieć potrzeba, iż ile razy nową figurę z podzielney liczby składam, a dzielnik w niey brać się nie może, w ten czas na wielorazie piszę cyfrę, y składam zaraz drugą figurę z liczby podzielney, y obydwie przez dzielnika razem dzielę.

Po skończoney dywizyi, co się od ostatniego odciągnienia zostaie, wyraża się przez liczbę łamaną, ktorey Licznikiem będzie reszta od ostatniego odciągnienia pozostała, przydaiąc y te figury, ieżeli ktore przed dywizyą odcięte były. Mianownikiem zaś będzie cały dzielnik; y ztąd to rodzą się łamane liczby.

Przy-

Przykład 1. Oyciec zoſtawuie 5. ſynom 14675. złotych; pytam wiele na każdego przypadnie? Układam liczby według daney nauki:

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
5	14,6,7,5,	2935.
	10	
	-46	
	45	
	- 17	
	15	
	- 25	
	25	
	- -	

W tym przykładzie, ponieważ dzielnik 5 w 1 brać ſię nie może, zaczym odcinam dwie figury z liczby podzielney, y mowię: 5 w 14, zamyka ſię dwa razy, piſzę 2 za pierwſzą część wieloraza, y rozmnożywſzy 2 przez 5, czynią 10, ten produkt odciągam od pierwſzych dwoch figur liczby podzielney, y zoſtaie mi ſię 4, do ktorych ſkładam naſtępuiącą figurę 6 z liczby podzielney, y mowię: 5 w 46. mieści ſię 9 razy; piſzę 9 za drugą część wieloraza, a zmultyplikowawſzy dzielnika 5 przez 9, wypada 45, ten produkt odciągam od 46. zoſtaie ſię 1, ſkładam do niego naſtępuiącą figurę 7 z liczby podzielney, y mowię: 5 w 17, biorę razy 3, piſzę to 3 za trzecią część wieloraza; a rozmnożywſzy dzielnika 5 przez 3, wychodzi 15. produkt ten odciągam od 17, zoſtaie ſię 2, do ktorych ſkładam z liczby podzielney oſtatnią figurę 5, y mowię: 5 w 25. zamyka

ſię 5 razy, piſzę 5 za czwartą część wieloraza, y rozmnożywſzy 5 przez 5, wynika 25, ktore odciągaiąc od 25, nic ſię niezoſtaie. Z owey tedy ſummy przypadnie każdemu ſynowi po złotych: 2935.

Przykład II. Kupiłem poſtaw ſukna czyli łokci 32. za złot: 258. Chcę wiedzieć po wiele złotych każdy łokiec przypadnie?

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
32	258,	$8 + \frac{2}{32}$
	256	
	- - 2	

W tym przykładzie ponieważ ſię po odciągnieniu 2 zoſtały, piſzę ie przez frakcyą, ſpoſobem wyżey podanym $\frac{2}{32}$. Za każdy więc łokieć przypadnie po złot: 8, y po dwie części iednego złotego, podzielonego na 32 części, co uczyni około po dwa groſze.

31. Jaki ieſt ſpoſob ſkrocenia, y ułatwienia ſobie dywizyi?

Kiedy na końcu Dzielnika cyfra iedna, lub więcey będzie, w ten czas dla ſkrocenia y ułatwienia dywizyi, przed zaczęciem rachunku mogę ie odciąć; tyleż figur, albo cyfer z liczby podzielney od końca odcinaiąc.

Przykład I. Groſzy 12840, chcąc redukować na złote; dzielę tę ſummę przez 30, bo ieden złoty tyle groſzy w ſobie zamyka.

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
3(0	12,8,4,(0	428.
	12	
	- - 8.	
	6	
	24.	
	24	
	- -	

W tym przykładzie odcinam cyfrę, y w dzielniku, y w liczbie podzielney; y dzielę tylko przez 3, co mi iest daleko łatwiey, a niżeli przez 30. Wieloraz zaś bynaymniey się przez to nieodmienia, bo ile się figur odeymuie dzielnikowi, tyleż y liczbie podzielney, zaczym żadna się im krzywda nieczyni.

Przykład II. Chcąc wiedzieć: dni 164, ile mi uczynią miesięcy; dzielę daną liczbę przez 30.

Dzielnik	Liczba podz:	Wieloraz
3(0	16(4	5 $\frac{14}{30}$.
	15	
	- 1.	

W tym przykładzie ponieważ po odciągnieniu zostało się iedno, składam do niego 4 odcięte, y piszę za licznika; a całego dzielnika kładę za mianownika tak: $\frac{14}{30}$. Wspomnione więc dni uczynią mi miesięcy 5, y ieszcze się zostaie dni 14.

32. Jak inaczey można czynić dywizyą?

Można także czynić dywizyą przez faktory dzielnika. Faktory zaś iakiey liczby, iakośmy wyżey w multyplikacyi powiedzieli, są to te liczby, ktore między sobą rozmnożone, też samę liczbę rodzą.

 Przy-

Przykład. Na 240 włoki nakazano prowiantu żyta korcy 30 czyli garcy 960. Chce wiedzieć Kommiſſarz ile na każdą włokę garcy wypadnie?

	Faktor I.			
Dzielnik 24(0.		6	9,6,(0	16.
			6	
			36	
			36	
			- -	
	Fakt: II.	4	16,	4.
			16	
			- -	

W tym przykładzie odcinam nayprzod cyfrę z dzielnika y z liczby podzielney. Potym cobym miał dzielić daną liczbę 96 przez 24, dla łatwieyſzey roboty, dzielę ią przez faktory dzielnika, 6 y 4, gdyż cztery razy ſześć czynią 24. To ieſt: dzielę nayprzod daną liczbę przez iednego faktora czyli przez 6, a wieloraz wypadaiący 16, znowu dzielę przez 4 drugiego faktora, y wypada mi po 4 garce na każdą włokę.

Tego atoli ſpoſobu dzielenia nie zawſze można użyć, lecz tylko w ten czas, kiedy dzielnik na ſwoich faktorow rozdzielić ſię może.

Ponieważ naywiękſza trudność w dzieleniu zachodzi, poznać wiele razy dzielnik zamyka ſię w podzielney liczbie, przeto dla zaczynaiących podam tu niektore łatwe na to ſpoſoby.

33. Jak tedy można poznać, wiele razy liczba mnieyſza w więkſzey mieści ſię.

Troiakim tego można dochodzić ſpoſobem:

albo

albo przez tablicę Pitagoresa w liczbach małych; albo przez drabinkę dzielnika przez liczby naturalne rozmultyplikowanego w liczbach przydłuższych; albo nakoniec przez tabliczki Nepera w liczbach wcale obszernych.

34. Jak się odprawuie dywizya na tablicy Pitagoresa?

Kiedy dzielnik z iedney tylko składa się figury (albo y z więcey gdyby tablica była rozmnożona) na pierwszey linii wierzchniey A C (na kar: 25) biorę figurę dzielnika, podzielną zaś liczbę w teyże linii na doł pociągłey; tym sposobem w pierwszey kolumnie liczb naturalnych A B znaydę wieloraz. Niech będzie przykład następuiący:

Na Studentow 6 maiąc dzielić 42 obrazkow, chcę wiedzieć, wiele się każdemu dostanie?

Biorę 6 w wierzchniey linii A C. Podzielney zaś liczby 42 szukam w teyże linii pod 6; a na kolumnie A B od ręki lewey znayduię wieloraz 7. Daley postępuię sobie według wzwyż podanych reguł o dywizyi.

A gdyby się liczba podzielna w linii dzielnika spełna nie znaydowała, biorę mnieyszą liczbę naybliższą: n. p. Dzieląc 26 przez 5, ponieważ w kolumnie 5, nie znayduię 26, biorę liczbę mnieyszą naybliższą czyli 25, y znayduię w kolumnie od ręki lewey na doł ciągłey wieloraz 5, y zostaie się iedno. Także dzieląc 77 przez 8, będzie wieloraz 9, a zostaie się 5.

35. Jaki iest sposob dzielenia przywiększych liczb przez drabinkę dzielnika?

Sposob ten arcy iest łatwy y użyteczny, y

na

na tym zależy: ażeby przed zaczęciem dywizyi, dzielnika przez liczby naturalne 1. 2. 3. 4. 5. &c: aż do 9 rozmnożyć, y wszystkie z tey multyplikacyi produkta wynikaiące ieden pod drugim pisać, przydaiąc po drugiey stronie liniiki, te liczby, przez ktore dzielnik był rozmnażany, y będę miał, y wieloraz na boku, y prawdziwy produkt dzielnika multyplikowanego, do odciągania go z liczby podzielney. Te albowiem produkta nic innego nie są, tylko dzielnik raz lub dwa razy wzięty, y pokazuią mi, ile razy dzielnik w liczbach od liczby podzielney odciętych zamyka się. Oto wizerunek tego w następuiącym przykładzie:

Dzielnik. Produkta iego aż do 9.		Liczba podz:	Wieloraz
1	162	547,0,3,0,6,2,	337673 $\frac{36}{162}$
2	324	486	
3	486	610	
4	648	486	
5	810	1243	
6	972	1134	
7	1134	1090	
8	1296	972	
9	1458	1186	
		1134	
		-- 522	
		486	

Zostaie się - - 36.

86. Jak

36. Jak nakoniec czyni ſię dywizya na tabliczkach Nepera?

Czyni ſię w naſtępuiący ſpoſob: Chcąc n. p. dzielić: 74056. przez 24, piſzę nayprzod te dwie dane liczby na oſobney karcie, tak iak ſię o dywizyi powiedziało. *Powtore:* biorę tabliczki B. D. ktore na wierzchu maią liczby 2. y 4. z ktorych ſię dzielnik ſkłada, y układam ie wzdłuż iednę przy drugiey, a tabliczkę A z liczbami naturalnemi kładę na lewym boku. *Potrzecie:* odcinam z liczby podzielney pierwſzą część, ktorą nayprzod przez dzielnika mam dzielić, iaka tu ieſt 74; a ponieważ wielorazy czyli liczby naturalne w pierwſzey tabliczce znayduiące ſię: 1. 2. 3. 4. 5. &c: pokazuią mi w kolumnach poprzecznych ſobie przyległych, produkta dzielnika 24 przez 2. 3. 4. &c: multyplikowanego, iako ſię z przeſzłego pytania, y z ſamego tabliczek robienia dorozumieć można; uważam tedy w ktorey poprzeczney kolumnie cząſtka liczby podzielney 74 mieści ſię, ktorey że ſpełna nie znayduię, biorę mnieyſzą naybliżſzą 72, y zaraz na lewey ſtronie w tymże rzędzie, mam wieloraz 3, ktory na oſobney karcie piſzę. *Poczwarte:* odciągam 72 od 74, czyli od pierwſzey części liczby podzielney, zoſtaie ſię 2. *Popiąte:* do tych 2 ſkładam drugą część liczby podzielney cyfrę 0, y mam 20, w ktorych że dzielnik 24 brać ſię nie może, zaczym za drugą część wieloraza piſzę 0, a z liczby podzielney ſkładam naſtępuiącą figurę 5, a tak mam 205. *Poſzoſte:* uważam znowu w ktorey poprzeczney kolumnie tabliczek dzielnika kilka razy wziętego wyrażaiących, ta liczba 205, lub iey mnieyſza naybliż-

ſza

ſza mieści ſię, y znayduię naybliżſzą w oſmey kolumnie 192, a przy niey w pierwſzey tabliczce wieloraz 8, co będzie trzecią częścią wieloraza. *Poſiodme:* odciągam 192 od 205, zoſtaie ſię 13, do ktorych ſkładam oſtatnią figurę 6 z liczby podzielney, y mam 136. *Poosme:* ſzukam tey liczby w kolumnie poprzeczney, y znayduię naybliżſzą 120, a przy niey w pierwſzey tabliczce będzie 5, ktore piſzę za czwartą część wieloraza. *Naoſtatek:* odciągam 120 od 136, y zoſtaie ſię mi 16 na liczbę łamaną. Daney tedy liczby wieloraz ieſt ten: 3085.

A.	B.	D.
1	2	4
2	4	8
3	6	12
4	8	16
5	10	20
6	12	24
7	14	28
8	16	32
9	18	36

```
24 | 74,0,5,6, | 3085 16/24
     72
     -----
     -205
      192
     -----
     -136
      120
     -----
      -16.
```

Ukaza-

Ukazawſzy rożne dzielenia ſpoſoby, podźmy iuż do dywizyi liczb rożne gatunki rzeczy w ſobie zamykaiących.

37. Wieloraki w dzieleniu liczb rożnego gatunku trafić ſię może przypadek?

W dzieleniu liczb rozmaitego gatunku podobnie iak w multyplikacyi, troiaki trafić ſię może przypadek: bo albo ſama liczba podzielna będzie w ſobie zamykała rzeczy rożnego gatunku; albo ſam dzielnik; albo nakoniec y dzielnik y liczba podzielna będzie złożona z liczb rożnego gatunku.

38. Co tedy w pierwſzym, drugim, trzecim przypadku czynić potrzeba?

W pierwſzym przypadku, kiedy ſama tylko liczba podzielna, z rożnych ſkłada ſię gatunkow, a dzielnik z iednego, to wyżſzy gatunek liczby podzielney (ieśli nie ieſt mnieyſzy od dzielnika) dzielę przez dzielnika, reſztę zoſtaiącą ſprowadzam na niżſzy naſtępuiący gatunek, ktory znowu przez tego ſamego dzielnika dzielę, y tak daley.

Przykład. Na cztery Corki dzielę złotych 23650. y gr: 16; wiele ſię każdey doſtanie?

Dzielnik	Liczba podzielna		Wieloraz
	złote.	groſze.	złote.
4.	23,6,5,0,	16	5912
	20	60	
	-36	4 | 7,6,	groſze.
	36	4	19
	--5	36	
	4	36	
	10	--	
	8		
	2		

W tym

W tym przykładzie dzielę nayprzod daną ſummę złotych przez 4, y zoſtaie ſię mi złotych 2. te redukuię na groſzy 60, dodaię do 16 groſzy, y mam razem groſzy 76, dzielę to przez 4, y nic mi ſię nie zoſtaie. Dla każdey tedy przyidzie z owey ſummy po złotych 5912. y po groſzy 19.

Gdyby zaś naywyżſzy gatunek liczby podzielney był mnieyſzy od dzielnika, to ſię wprzod redukuie na niżſze gatunki, dopieroż ſię dzieli.

Przykład. Dał Pan na ubogich 6. złotych 4. y gr: 18. do podzielenia, pytam ile każdemu dać potrzeba?

Tu że 4 przez 6 dzielić nie mogę, ſprowadzam wprzod 4. złot: na gr: 120. dodaię do nich 18, y mam groſzy 138, teraz tę ſummę dzielę przez 6:

	złote.	groſze.
6	4	18
	30	
	120	
	18	
6	13,8	23
	12	
	18	
	18	
	- -	

Każdemu więc ubogiemu doſtanie ſię po groſzy 23.

W przypadku drugim, kiedy dzielnik z wielu gatunkow, y w przypadku trzecim, kiedy y dziel-

y dzielnik y liczba podzielna z rożnych gatunkow ſkładaią ſię, trzeba wprzod gatunki wyżſze na niżſze redukować, toż czynić dywizyą; a po ſkończoney dywizyi, znowu gatunki niżſze ſprowadzać na wyżſze, ieśli tego potrzeba.

Przykład I. Za pięć łokci ſukna y ćwierć 1, zapłacono złotych 84, pytam ile łokieć koſztuie?

W tym przykładzie ſprowadzam wprzod 5 łokci na ćwierci, przydaiąc do nich ćwierć 1, y mam ćwierci 21; potym redukuię złote dane 84. na groſze, mam 2520. groſzy, ktore dzielę przez 21. Po odprawioney dywizyi znowu groſze redukuię na złote, y przypadnie za każdą ćwierć po złotych 4, a więc za łokieć po złotych 16.

```
Łok:   Cw:  | złote |
 5.     1.  |  84   |
 4          |   30  |
 ------------------ |
20          | 2520  |
 1          |       |  Groſze
 ------------------ |
21.  |  25,20,      |   120.
     |  21          |
     |  ----        |
        -42         |          Złote.
         42         |  3(0 | 12(0 | 4.
       ------       |      |      |
        - -         |
```

Przykład II. Chcę 2475 talerow bitych y złotych 6, redukować na czerwone złote, po 16 Zł: y gr: 22, podług teraźnieyſzey redukcyi, na ieden rachuiąc, pytam ile mi czerwonych złotych uczyni? W tym przykładzie wſzyſt-

kie

kie gatunki wyżſze ſprowadzam na nayniżſze, toż czynię dywizyą. Oto robota:

Złote.	Talery bite.
16	2475
30	8
480	19800
22	6
502	19806 Złote.
	30

```
502 | 594,1,8,0, | 1183 Czerw: Złot:
    | 502        |
    | - 921      |
      502
      4198.
      4016
    - 1820
      1506
    - 314 Groſze pozoſtałe.
```

Wypada więc czerwonych złotych 1183. złotych 10. groſzy 14.

39. Na co ieſzcze w dywizyi wzgląd mieć potrzeba?

Na to: iż dzielnik w liczbie podzielney nigdy więcey razy nad dziewięć brać ſię nie może. *Powtore.* Ta liczba ktora ſię po odciągnieniu produktu od liczb do podzielenia wziętych zoſtaie, więkſza nad dzielnika, ani mu rowna bydź nie powinna, ale zawſze mnieyſza; inaczey byłoby to znakiem, że wieloraz mnieyſzy był wzięty, a niżeli ſię

nale-

należało. *Potrzecie*. Jeżeli po wziętym wieloraziem iakim, y rozmnożeniu go przez dzielnika, produkt więkſzy wypadnie, a niżeli ta część z liczby podzielney, od ktorey ten produkt ma ſię odciągać, znakiem to ieſt, że wieloraz był nadto wielki wzięty, zatym mnieyſzy brać ſię powinien. *Poczwarte*. Wieloraz tyle mieć powinien figur, ile w liczbie podzielney znayduie ſię kreſek położonych, przed złożeniem z niey figury, dla wynalezienia wieloraza.

40. Jak ſię doświadcza dywizya?

Dywizya doświadcza ſię przez multyplikacyą, rozmnażaiąc wieloraz przez dzielnika, a produktowi dodaiąc reſztę, ieśli ſię iaka zoſtała; ieżeli ta ſumma we wſzyſtkim rowna będzie liczbie podzielney, dobrze była uczyniona dywizya. Fundamentem tey proby, ieſt owe powſzechne Arytmetykow *axioma: Deſtruit multiplicatio, quod fecit diviſio*, to ieſt: wieloraz dywizyi przez multyplikacyą, powraca do liczb pierwſzych, ktore do dzielenia dane były. Niech będzie przykład 1. dany w dywizyi (na kar: 35.) Wieloraz 2935. rozmnożywſzy przez dzielnika 5, produkt wypada rowny liczbie do podzielenia daney.

Dzielnik	Liczba podz.	Wieloraz
5	14675	2935.
	.....	5 Rozmnożyc:
		14675 Produkt.

Multyplikacya zaś probuie ſię przez dywizyą, iakośmy wyżey (na karcie 32) namienili. Ponieważ bowiem według *axioma* Arytmetykow: *Reſtaurat diviſio, quod deſtruxit multiplica-*

plicatio, to ieſt: produkt multyplikacyi przez dywizią powraca ſię do liczb pierwſzych, ktore były do mnożenia dane; więc na ſprobowanie dobrze uczynioney multyplikacyi, dzielę produkt wypadły przez rozmnożyciela, wieloraz liczbie do rozmnożenia daney rowny bydź powinien, inaczey byłby błąd iaki w rachubie popełniony. Niech będzie przykład 1. (na kar: 21.) w multyplikacyi dany. Produkt wypadły 360, dzielę przez rozmnożyciela 8, wychodzi mi wieloraz 45, rowny we wſzyſtkim liczbie do mnożenia daney:

```
      45
       8
   ---------
 8 | 36,0, | 45
   | 32    |
   ---------
     - 40
       40
   ---------
       - -
```

Przypiſek. Ponieważ dotąd bardzo częſto o liczbach y rzeczach rożnego gatunku mowiliśmy, y ieſzcze nie raz o tym mowić nam przyidzie, zaczym za rzecz arcy potrzebną ſądzę, rożnych miar, wag y liczb rozmaitych cenę y podziały na mnieyſze gatunki, dla wygody Arytmetyki Uczących ſię, tu położyć. Tak na przykład:

Cetnar ieden ma w ſobie kamieni - -	5
Kamień Krakowſki ma funtow - -	26
Kamień Lwowſki ma w ſobie funtow - -	36
Kamień poſpolity ma funtow - - -	30
Funt ieden ma w ſobie łotow - - -	32

Łot ma gran 6, a kwintle - -	4
Uncya ma łotow - - - -	2
Puda siana ma funtow - - -	40
Łaſzt Gdańſki zboża ma ćwiertni Krakowſkich - - -	17
W ćwiertnię Krakowſką wchodzi garcy	42
Korzec ma w ſobie garcy - -	32
Korzec ma ćwierci - - -	4
W puł korcu ćwierci 2, a garcy - -	16
W ćwierci iedney garcy - - -	8
Garniec ma kwart - - -	4
Kwarta ma kwaterek - - -	4
Bela iedna papieru ma ryz - -	10
Ryza papieru ma w ſobie liber - -	20
Libra papieru ma arkuſzy - -	24
Bela ſukna ma w ſobie poſtawow -	20
Poſtaw ſukna ma łokci - - -	32
Płotna ſztuka ma w ſobie łokci - -	100
Pułſetek ma łokci - - -	50
Łokiec ma w ſobie ćwierci - -	4
Kopa ma w ſobie ſnopow - -	60
Mędel ma ſnopow - - -	15
Tuzin ma liczby - - -	12
Grzywna ma w ſobie groſzy - -	48
Grzywna ma w ſobie metallu łotow -	16
Sążeń ma w ſobie ſtop - - -	10
Stopa ma calow - - - -	10
Cal ma linii - - - -	10
Mila ma ſtay - - - -	8
Staie ma krokow - - -	125
Więc mila iedna ma krokow - -	1000
Czerwony złoty według redukcyi Roku 1775, ma złotych 16, groſzy - -	22½
Taler bity ma złotych - - -	8
Złoty ma groſzy - - - -	30

Grosz ma szelągow - - -	3
Rok ma mieſięcy - - - -	12
Mieſiąc ma poſpolicie dni - - -	30
Rok ma dni 365 godzin - - -	5
Dzień ma z nocą godzin - - -	24
Godzina ma kwadransy - - -	4
Kwadrans ma minut - - - -	15

§. 6.

Zamyka w ſobie ciekawe niektore zadania, ktore przez pomienione proſtey Arytmetyki reguły ułatwiaią ſię.

Zadanie I. Chcąc wiedzieć, iak dawno Polſka ſtoi, tak ſobie poſtępuię. Hiſtorya Polſka dzieli ſię na 4. Epoki znacznieyſze.

I.	Od Lecha (ktory przyſzedł w Sarmackie kraie roku Pańſkiego 550.) aż do Popiela II. zamyka w ſobie lat -	290
II.	Od Piaſta do Ludwika lat - -	542
III.	Od Jagiellona do Zygmunta Auguſta lat - - - - -	190
IV.	Od Henryka Walezyuſza do roku teraźnieyſzego - - -	203
	Summa - -	1225

Zbieram te ſummy parcyalne, y mam ſummę generalną 1225. Tyle więc lat iuż Polſka ſtoi.

Można toż ſamo zadanie ſolwować przez Subtrakcyą, odciągaiąc od roku teraźnieyſzego 1775, rok 550, y wypada 1225, to ſamo, co wyżey.

Zadanie II. Polacy Wiarę Katolicką przyięli Roku Pańſkiego 965. Chcę wiedzieć wiele

le lat temu, iak w iednego y prawego Boga uwierzyli y wierzą?

Rok 965. od teraźnieyſzego odciągam, y mam lat 810.

Zadanie III. Pruſy za Kazimierza IV. do korony Polſkiey przyłączone, y na trzy Woiewodztwa podzielone Roku Pańſkiego 1466. Pytam wiele lat wyſzło od tego złączenia Prus z Polſką?

Rok 1466 od teraźnieyſzego odciągam, y mam lat: 309.

Zadanie IV. Sztuka Drukarſka wynaleziona ieſt roku 1440. Pytam wiele lat od wynalezienia iey upłynęło?

Odciągam rok 1440 od roku teraźnieyſzego 1775, y mam lat: 335.

Zadanie V. Prochow palących wynalazek przypiſuią Bartoldowi Mnichowi Kolońſkiemu około roku 1380. Chcę wiedzieć, iak dawno proch do ſtrzelania wynaleziony?

Rok 1380 od teraźnieyſzego odciągam, y mam lat 395 od prochu wynalezienia.

Zadanie VI. Jan pyta ſię mnie, wiele ma lat; y powiada, że ſię rodził Roku Pańſkiego 1745 w mieſiącu Wrześniu, dnia 15 tegoż?

Ja żebym mu należycie odpowiedział; kładę w pierwſzym rzędzie na Subtrakcyą, nie rok ten 1775, ktorego ſię mię o to pyta, ale rok przeſzły; ponieważ ten ieſzcze ſię nieſkończył. A że ſię mnie o to ſpytał w mieſiącu Liſtopadzie, dnia 10; po latach kładę mieſiące, po mieſiącach dni, w iedney linii.

Podobnież mnieyſzą liczbę, ktorą mam odciągać, czyli rok, ktorego ſię Jan rodził, iednym zmnieyſzam, a reſztę dopełniam mieſią-

cami od Stycznia aż do tego, ktorego się urodził, czyli do Września. Tym sposobem:

Lata.	Miesiące.	Dni.
1774.	11.	10.
1744.	-9.	15.
--30.	-1.	25.

Ma tedy Jan do dnia dzisieyszego lat 30, miesiąc 1, dni 25. Y tym sposobem lata od czyiego urodzenia dochodzić się zawsze powinny.

Zadanie VII. Katarzyna pragnie wiedzieć, ktorego Chrystusa roku urodziła się; y mowi mi, że ma do dziś dnia lat 29.

Ja 29 od teraźnieyszego roku 1775 odciągam, y znayduię rok Pański: 1746, ktorego się Katarzyna urodziła.

Zadanie VIII. Z powszechnego Astronomow wymiaru, słońce odległe iest od ziemi na mil Niemieckich: 20,136,600, a miesiąc na mil: 54900. Pytam iak wielka iest odległość słońca od miesiąca?

Odciągam liczbę mnieyszą od większey, y mam odległość słońca od miesiąca na mil Niemieckich: 20,081,700.

Zadanie IX. 2600 żołnierzom maiącym wystrzelić 12 razy, wiele ładunkow potrzeba?

Multyplikuię liczbę większą przez mnieyszą, y mam produkt: 31200. Tyle im więc ładunkow potrzeba.

Zadanie X. Ma Oyciec lat 45, Syn zaś lat 12. Pytam ile lat obydwom żyć potrzeba, ażeby Syn miał połowę lat Oycowskich?

Rozmnażam lata Synowskie przez 2; produkt: 24 odciągam od lat Oycowskich 45; reszta

ſzta 21 pokazuie, że lat 21 Syn z Oycem pożywſzy, będzie miał połowę lat Oycowſkich. Bo 45 a 21, czynią: 66; a z drugiey ſtrony, 21 a 12, czynią: 33. Co ieſt połową lat 66.

Zadanie XI. Obwod czyli Cyrkuł Okręgu ziemiowodnego dzieli ſię na 360 graduſow; w iednym graduſie ieſt mil Niemieckich 15. Pytam ile ma mil Niemieckich obwod całey ziemi?

Rozmnażam 360 gradusow przez 15, y mam okręgu ziemſkiego mil: 5400.

Zadanie XII. Podrożny doświadczaiąc Arytmetyka, rzecze do niego: doydź mi przez twe rachunki, wiele mil w tym tygodniu ubiegłem?

Arytmetyk niewiedząc kwoty mil owych, każe ie podrożnemu ſekretnie multyplikować przez 9, a produkt podzielić przez 3. Wieloraz z tey dywizyi wypadaiący znowu każe mu multyplikować przez 6. Toż proſi go o wſkazanie ſobie oſtatniego produktu, ktory ſam podzieliwſzy ſekretnie przez 18, dochodzi mil ubieżonych kwoty.

Daymy że mil ubieżonych było 30; zmultyplikowawſzy ie przez 9, wypada produkt 270, ktory dzielę przez 3, wychodzi wieloraz 90; ten multyplikuiąc znowu przez 6, wypada produkt: 540. Ten produkt podzieliwſzy sobie ſekretnie przez 18, będę miał wieloraz: 30; ktory mi okazuie liczbę mil ubieżonych.

Zadanie XIII. Ma Pan roczney intraty: 35900 złotych; ta żeby mu na rok cały wyſtarczyła, chce wiedzieć, ile na każdy dzień może expenſować?

Dzielę daną ſummę przez 365 dni, ponieważ rok cały tyle dni w ſobie zamyka, y wy-

pada mi wieloraz: 98 złotych, groſzy 10, y coś.

Zadanie XIV. W fortycy pewney było Huſarow y Pancernych: 1470; na Pancernych raz tylko w tydzień przypadała warta. Pytam wiele było Huſarow, a wiele Pancernych?

Dzielę 1470 przez 7, z ktorych ſię tydzień ſkłada; wieloraz pokazuie mi liczbę Pancernych: 210. Wieloraz ten odciągnąwszy od 1470, reſzta pokazuie mi liczbę Huſarow.

Zadanie XV. Dwoch Braci proſzą trzeciego o orzechy, ktore mu darowano. Na co im tak mowi:

Oyciec połowę, czwartą część ma Matka,
Szoſtąm dał Sioſtrze, wy chcecie oſtatka?
Z tyſiąca dwochſet, tylko te mam w reście,
Ktorych zgadnąwſzy liczbę, wſzyſtkie weście.

Podziel *nayprzod:* 1,200 przez dwa, a wieloraz ukaże ci, że Oyciec wziął: 600.

Podziel *powtore:* 1200 przez 4, a wieloraz pokaże ci, że Matka wzięła: 300.

Podziel *potrzecie:* 1200 przez 6, a wieloraz pokaże ci, że Sioſtrze doſtało ſię 200.

Te ſummy parcyalne znioſłſzy, ſummę z nich zebraną 1,100 odciągniy od 1,200, reſzta od odciągnienia pozoſtała, pokaże, iż ieſzcze zoſtało ſię mu orzechow 100, ktore dwom Braci ſwoim ofiarował.

Zadanie XVI. Zgadnąć ile kto w grze kościaney urzucił?

Każ niech ci owę liczbę Gracz podwoi tyle razy, ile mu ſię podoba; n. p. trzy razy, cztery razy; potym proś niech ci ſummę owę ukaże, ktorą ty tyle razy przez 2 podziel, ile

ile razy podwoiona była liczba. Wieloraz pokaże ci prawdziwą liczbę urzuconych kości.

Daymy że Gracz urzucił 9, podwaiam, ſtaie ſię 18; podwaiam znowu, ſtaie ſię 36; znowu podwaiam, ſtaie ſię 72; tę ſummę gdy przez 2, trzy razy podzieliſz, bo trzy razy była podwaiana liczba urzucona 9, znaydzieſz prawdziwą liczbę 9.

Zadanie XVII. Zgadnąć ile kto wygrał?

Każ temu, kto ci zadaie, aby owę liczbę n. p. 15, podwoił, będzie 30, niech przyda do ſummy, ile zechceſz, byle ta liczba, ktorą przydaie, parzyſta była, n. p. 8. będzie 38; te niech przez 2 podzieli, będzie 19; niech ci dopiero tę ſummę powie, od ktorey ty odciągniy połowę tego, coś przydał, iak tu 4, reſzta pokaże ci liczbę, ktorey ſzukaſz, to ieſt: 15.

Zadanie XVIII. Zgadnąć ile kto z pieniędzy wydał?

Człowiek to mi zadaiący, niech ſobie pomyśli pieniędzy, ile chce, n. p. złot: 10. Tę ſummę, ktora zawſze parzyſta bydź powinna, niechay potroi, będzie 30, potroioną niechay przez 2 podzieli, będzie 15, tak zmnieyſzoną niechay przez 6 rozmnoży, wypadnie produkt 90. Niechay ci tę ſummę wyiawi, ktorą gdy przez 9 podzieliſz, wypadnie ci liczba wydanych pieniędzy: złotych 10.

Zadanie XIX. Zgadnąć ile kto ma pieniędzy, albo obrazkow, albo fantow iakich, albo ile ſobie na umyśle wyſtawił?

Kto ma rzecz iaką, albo ią ſobie na umyśle wyſtawuie, niech ią potroi, tak potroioną niech podzieli przez 2, ieżeli ią dzielić ſpeł-

na można, ieżeli nie, niechay doda iedno; potym znowu tę połowicę niechay potroi, tak potroioną niech znowu dzieli przez 2, dodaiąc iedno, ieśli potrzeba; naoſtatek niechay 9 tyle razy, ile można, odciągnie, y niech ci liczbę odrzuconych dziewiątkow powie. Ty za każdy dziewiątek odrzucony, piſz 4, a za pożyczoną iedność, piſz iedno, ieśli raz pożyczono; ieśli dwa razy, piſz 2; y tym ſpoſobem doydzieſz liczby, ktorey ſzukaſz. N. p. myślę ſobie, że mam złotych 5, potraiam, będzie 15, dzielę przez 2, pożyczywſzy iednego, będzie 8, potraiam znowu, ſtanie ſię 24, dzielę, mam wieloraz 12, odrzucam 9 raz. Ja więc za odrzucony dziewiątek raz, piſzę 4, a za pożyczoną iedność, piſzę iedno, y mam 5, ilem ſobie pomyślił.

Zadanie XX. Zgadnąć o ktorey godzinie wſtał kto z łożka?

Spoſob robienia tenże ſam, co y w przeſzłym zadaniu. N. p. wſtał kto o godzinie 4, potraia to, będzie 12, dzieli przez 2, będzie 6, potraia znowu, ſtanie ſię 18. dzieli przez 2, wypadnie 9; 9 z 9 wyrzuca raz, y powiada mi, że raz 9 wyrzucił; ia za ieden dziewiątek wyrzucony piſzę 4, y odpowiadam mu, że o czwartey godzinie wſtał.

Zadanie XXI. Zgadnąć ile wierſzy na iakiey karcie znayduie ſię?

Nayprzod każ ſobie rachować wierſze przez 3, ile zbędzie nad liczbę potroyną, tyle razy rachuiący niech piſze 70. Potym niech rachuie przez 5, a ile nad 5 zbędzie, niech tyle razy napiſze 21. Naoſtatek niech rachuie wierſze przez 7, y niech tyle razy napiſze

15,

15, ile się wierszy nad 7 zostało. Toż dopiero dodawszy te liczby, ktore z pozostałych wierszow powstały, od summy odciągniesz: 105, ile razy będzie można, reszta pokaże ci liczbę wierszy, ktorey szukasz. Liczba iednak wierszy, ktorych szukasz, nad 6 większa bydź powinna. N. p. niech będzie na karcie wierszy 10, rachuiąc przez 3, zostanie się 1, zaczym piszę raz 70. rachuiąc przez 5, nic się niezostaie, nic więc nie piszę; rachuiąc na koniec przez 7, zostaie się 3, zaczym piszę trzy razy 15 czyli 45. Dodawszy te liczby, wypada summa: 115. Odciągam od niey 105, zostaie się 10, ktorychem szukał.

Zadanie XXII. Zgadnąć ktorego dnia w tygodniu co kto uczynił?

Liczbę dnia tygodniowego, ktory sobie na umyśle wystawił, niechay nayprzod podwoi, potym tey liczbie podwoioney, niech przyda 5, na koniec tę summę niech przez 5 rozmnoży, a do produktu niech przyda cyfrę, y niech ci tę summę wypadłą powie. Ty od summy wypadłey odciągniy: 250, liczba słow pozostała z tego odciągnienia, ukaże ci dzień tygodniowy. Tak 100 wskaże pierwszy dzień tygodnia czyli niedzielę; 200 drugi dzień tygodnia czyli poniedziałek, y tak daley. N. p. pisałem to w wtory dzień tygodnia, czyli w poniedziałek; podwaiam tę liczbę, będzie 4, dodaię 5, stanie się 9, rozmnażam przez 5, wypadnie 45. przydaię cyfrę będzie 450. Odciągam z tey summy: 250, zostanie się 200, ktore mi ukazuią dzień drugi tygodnia czyli poniedziałek. Cyfry bowiem po odciągnieniu zaniedbuią się, iakoby ich nie było.

Zada-

Zadanie XXIII. Zgadnąć liczbę złotych, iaką kto ma przy ſobie, lub iakąkolwiek kto ſobie pomyśli, inſzym ſpoſobem, iak wyżey w Zadaniu XIX?

Do liczby pomyśloney, każ przydać 2, potym każ przydać na końcu 0; do tey ſummy znowu każ przydać 12, potym na końcu 0. Summę takową każ ſobie powiedzieć: od ktorey gdy odeymieſz 320, a potym gdy odrzuciſz dwa zero 00, liczba ktora ſię zoſtanie, ieſt liczba złotych pomyślona. N. p. niech będzie liczba pomyślona 5, przydawſzy iey 2, będzie 7, przydawſzy potym 0, będzie: 70, znowu przydawſzy: 12, będzie 82, przydawſzy potym 0, będzie: 820. Z tey ſummy gdy odciągnieſz ſekretnie: 320, zoſtanie ſię 500; odrzuciwſzy dwie cyfry, zoſtanie ſię 5, liczba złotych pomyślona.

Zadanie XXIV. Zgadnąć w ktorey kto ręce ma do pary złotych, lub inſzych fantow, a w ktorey nie do pary?

Każ multyplikować liczbę złotych, ktore ſą w prawey ręce, przez iakąkolwiek parzyſtą liczbę, n. p. przez 2, albo przez 4, albo przez 6, albo przez inną podobną; liczbę zaś złotych, ktore ſą w lewey ręce, każ multyplikować przez liczbę nieparzyſtą, n. p. przez 3 albo przez 5, albo przez 7, albo przez inſzą tym podobną. Toż obydwa te produkta, każ w iednę ſummę zebrać. Summę tę ze dwoch produktow złożoną, każ ſobie powiedzieć, ktora ieśli będzie parzyſta, to ieſt: ieśli ſię da rozdzielić na dwie połowy rowne, to w prawey ręce, ieſt liczba złotych nie do pary, a w lewey do pary. Jeżeli zaś nie da

ſię

ſię rozdzielić na dwie połowy rowne, lecz 1 będzie zoſtawać, to w prawey ręce, ieſt liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary.

N. p. Niechby w prawey ręce było złotych 4. a w lewey 3. Kazawſzy rozmnożyć 4 przez 2, potym 3 przez 3, a te dwa produkta 8+9, razem znioſſzy, będzie ſumma 17, ktora że ſię na dwie połowy rowne rozdzielić nie da, bo dzieląc 17 przez 2, zoſtaie ſię 1, więc w prawey ręce, ieſt liczba złotych do pary, a w lewey nie do pary, &c.

Dotąd mowa była o liczbach całkowitych, teraz mowić będziemy o liczbach łamanych.

ROZDZIAŁ II.

O rachunkach liczb łamanych.

§. 1.

O liczbach łamanych w ogulności y ich właſnościach.

1. CO ieſt liczba łamana czyli frakcya?

Jeſt część, albo kilka części, rzeczy iakiey na kilka rownych części podzieloney. Tak n. p. podzieliwſzy złoty na trzy części, gdy mam z tych trzech części dwie, mowi ſię: że mam dwie części ze trzech, albo dwa ze trzech; co na piśmie tak ſię wyraża: $\frac{2}{3}$.

2. Jak ſię piſze y wyraża liczba łamana?

Liczba łamana ſkłada ſię zawſze ze dwoch liczb; z ktorych iedna piſze ſię nad liniiką, a druga pod liniiką; n. p: $\frac{1}{2}$ $\frac{1}{4}$ $\frac{2}{5}$ $\frac{4}{10}$ $\frac{5}{15}$. Y wyraża ſię tak: iedna ze dwoch albo połowa, iedna ze czterech, dwie z pięciu, cztery z dziesięciu, pięć z piętnaſtu, to ieſt cząſtek.

3. Jak

3. Jak ſię nazywaią te liczby?

Wyżſza nad liniiką położona, zowie ſię Licznik (Numerator) niżſzą zaś pod liniiką, zowie ſię Mianownik (Denominator) Niżſza nazywa ſię Mianownikiem dla tego, bo mi mianuie, na wiele części rzecz iaka ieſt podzielona. Wyżſza zaś Licznikiem przeto, bo mi liczy, wiele ia mam części z rzeczy podzieloney; n. p: $\frac{3}{9}$ znaczy, że mam trzy części z dziewięciu.

4. Wieloraka bydź może frakcya?

Dwoiaka: właściwa y niewłaściwa.

5. Kiedy ieſt właściwa, a kiedy niewłaściwa frakcya?

Kiedy licznik ieſt mnieyſzy od mianownika, na ten czas frakcya ieſt właściwa, y znaczy mniey, iak iedno całkowite; n. p: $\frac{2}{5}$ iednego złotego, znaczy mi tylko, iak niżey obaczemy, groſzy 12.

Kiedy zaś licznik ieſt rowny mianownikowi, na ten czas frakcya ieſt niewłaściwa, y znaczy mi iedno całkowite; n. p: maiąc $\frac{3}{3}$ ie- iednego złotego, znaczy że mam cały złoty; bo mam trzy części z tey rzeczy, ktora na też ſame trzy części podzielona była.

Kiedy nakoniec licznik ieſt większy od mianownika, na ten czas frakcya zowie ſię takoż niewłaściwa, albo zmyślona, y znaczy mi więcey, iak rzecz całą. N. p. maiąc $\frac{5}{3}$ złotego, znaczy, że mam y te trzy części, na ktore złoty był podzielony, y dwie procz tego części drugiego złotego, na takoweż rowne części podzielonego; to ieſt mam złoty ieden cały, y dwie ze trzech części drugiego złotego, to

ieſt

ieſt groſzy 20. Y właściwie tak ſię wyraża: $1\frac{2}{3}$. (a)

6. Co ieſt ułamek liczby łamaney, czyli frakcya frakcyi?

Ułamek liczby łamaney, ieſt to część od ſameyże łamaniny czyli frakcyi odcięta. Tak gdy z $\frac{2}{3}$ odcinam połowę, mowi ſię: że mam połowę ze dwoch części podzielonych na trzy, y piſze ſię tak: $\frac{1}{2} \mid \frac{2}{3}$. Liniika te dwie frakcye przedzielaiąca okazuie, że pierwſza frakcya ieſt częścią frakcyi naſtępuiącey. Tak n. p. maiąc $\frac{2}{3}$, dwie części ze trzech iednego złotego, to ieſt groſzy 20, gdy z tych daię drugiemu $\frac{1}{2}$ połowę, mowi ſię: żem mu dał połowę ze dwoch części podzielonych na trzy iednego złotego, to ieſt groſzy 10.

7. Jakie ſą znaki Arytmetyczne dla unikniemia wſzelkiego w rachunkach zatrudnienia?

Są te naſtępuiące wſzyſtkim Rachmiſtrzom powſzechne:

Znak rowności między liczbami ieſt taki: $=$ n. p. $a = b$, znaczy że cena przez literę a wyrażona, rowna ieſt we wſzyſtkim cenie, ktora ſię przez b wyraża.

Znak Addycyi ieſt taki: $+$, y nazywa ſię więcey (plus) co w Polſkim ięzyku wyrazić ſię może przez literę a; n. p: $2 + 4. = 6$, znaczy, że

---

[a] Liczby łamane powstaią czyli rodzą się, albo z reszty po dywizyi zostaiącey, iakośmy wyżey namienili; albo kiedy liczba podzielna, mnieysza iest od swego dzielnika; w ten czas bowiem dywizya wyraża się przez frakcyą, dawszy przez śrzodek liniikę: n. p. Chcąc dzielić 5 przez 12, ponieważ liczba podzielna 5 mnieysza iest od dzielnika 12, więc dywizya wyraża się przez frakcyą tak: $\frac{5}{12}$, pięć podzielone przez dwanaście.

że dwa a cztery, czynią 6, albo ſą rowne ſześciu.

Znak Subtrakcyi ieſt taki: —, y nazywa ſię mniey (minus) n. p: 5 — 3 = 2, znaczy że pięć zmnieyſzone trzema, rowna ſię dwom.

Znak multyplikacyi ieſt taki: X n. p: 5 X 2 = 10, znaczy, że pięć rozmnożone przez 2, rowna ſię dzieſięciom.

Znak Dywizyi wyraża ſię przez frakcyą, w ktorey liczba do podzielenia dana kładzie ſię za Licznika, a Dzielnik za Mianownika. N. p: $\frac{8}{2}$ = 4, znaczy, że ośm podzielone przez 2, rowna ſię czterem.

Znak Proporcyi rozdzielney czyli względu rownego między liczbami ieſt taki: : : n. p: 2. 4 : : 5. 10, znaczy, że między 2 y 4 taż ſama zachodzi rożnica, tenże ſam wzgląd, co między: 5 y 10, to ieſt: że iako 2 w 4, tak 5 w 10, dwa razy zupełnie mieſzczą ſię.

Znak Proporcyi ciągłey ieſt taki: ÷ z ſamego początku położony. N. p: ÷ 1. 2. 4. znaczy, że śrzednia liczba 2, dwa razy ſię bierze, raz iako 1, (iedno) dwa razy w ſobie zamyka, drugi raz iako ſama w 4 dwa razy wzaiemnie mieści ſię.

8. Ktore ſą prawdy niezawodne Arytmetyczne, czyli *Axiomata* do doſkonalſzego liczb łamanych zrozumienia potrzebne?

Są te trzy naſtępuiące:

AXYOMA I.

JEdno tak ſię ma do całey łamaniny czyli do frakcyi całey, iak ſię ma Mianownik teyże frakcyi do ſwego Licznika. N. p: 1. $\frac{2}{3}$: : 3. 2. Jedno tak ſię ma do dwoch części ze trzech,

iak

iak ſię ma Mianownik 3 do Licznika 2. Jedno bowiem ieſt to rzecz cała niepodzielona, ktora tak ſię ma do ſwoich części, przez całą frakcyą wyrażonych, iak ſię ma Mianownik toż ſamo iedno na części podzielone oznaczaiący, do tychże ſamych ſwoich części w Liczniku zamkniętych. Czyli krocey: iak ſię ma iedno do ſwoich części, tak ſię ma toż iedno, do tychże ſamych części. Obiaśniymy to przykładem: niech będą $\frac{2}{3}$ dwie ze trzech części iednego złotego, to ieſt: gr: 20. Złoty więc ieden tak ſię ma do $\frac{2}{3}$, to ieſt: do gr: 20, ktore cała frakcya $\frac{2}{3}$ wyraża, iak ſię maią gr: 30, czyli złoty do gr: 20, to ieſt: iak ſię ma Mianiownik do ſwego Licznika.

AXYOMA II.

FRakcye, w ktorych Liczniki iednakową do ſwoich Mianownikow maią proporcyą, ſą rowne y iedney ceny. N. p: $\frac{1}{2}$ $\frac{2}{4}$ $\frac{3}{6}$ $\frac{4}{8}$ $\frac{5}{10}$ $\frac{6}{12}$. Ponieważ w każdey z tych frakcyi, Licznik dwa razy zupełnie mieści ſię w ſwoim Mianowniku, dla tego wſzyſtkie te frakcye znaczą połowę.

AXYOMA III.

JEżeli tak Licznika iako y Mianownika iakiey frakcyi przez tęż ſamę liczbę rozmnożę, albo podzielę, waloru frakcyi bynaymniey nie odmienię. N. p. naſtępuiącey frakcyi $\frac{3}{6}$ rozmnażaiąc przez 5 tak Licznika 3 iako y Mianownika 6, wypadnie frakcya: $\frac{15}{30}$, ktora toż ſamo znaczy, co pierwſza. Podobnież daney frakcyi tak Licznika 3 iak Mianownika 6 dzie-

ląc

łąc przez 3, wynika frakcya $\frac{1}{2}$ teyże ſamey, co y pierwſza ceny.

§. 2.

O ſprowadzeniu liczb łamanych na mnieyſze terminy, y o dochodzeniu ich waloru albo ceny.

9. Wielorakim ſpoſobem można frakcye na naymnieyſze terminy ſprowadzać, y dla iakiego końca?

Frakcye na naymnieyſze terminy dwoiakim ſpoſobem można ſprowadzać: albo przez miarę powſzechną naywiękſzą; albo przez liczbę na domyſł wynalezioną taką, ktoraby mi Licznika y Mianownika ſpełna dzieliła. Sprowadzaią ſię zaś na mnieyſze terminy dla tego, ażeby ie rachować y ceny ich dochodzić łatwiey y prędzey można było.

10. Co to ieſt miara powſzechna dwoch liczb naywiękſza, y dla czego tak ſię nazywa?

Miara dwoch liczb powſzechna naywiękſza, ieſt ta liczba, ktora dwie dane liczby zupełnie y bez naymnieyſzey reſzty dzieli. N. p. między 6 y 9, miara powſzechna naywiękſza ieſt 3; gdyż przez te 3 podzieliwſzy 6, wychodzi ſpełna dwa 2, a podzieliwſzy 9, wychodzi 3, także bez naymnieyſzey reſzty. Podobnie liczb 12 y 15, miara powſzechna naywiękſza ieſt 3. Dla tego zaś liczba takowa nazywa ſię miarą naywiękſzą, że liczb danych przez nię dzielonych, żadna inna liczba więkſza nad nię zarownie podzielić nie może.

11. Jak tedy danych dwoch liczb znaleść miarę powſzechną naywiękſzą?

Znayduie ſię tym ſpoſobem: liczbę więkſzą przez

przez mnieyſzą, a potym przez reſztę, Dzielnika do poty dzielę, aż poki nic ſię z liczby podzielney (wielorazy zawſze porzucaiąc) nie zoſtanie, oſtatni Dzielnik będzie miarą powſzechną nay większą: n. p. Niech będą liczby A y B, ktorych ſzukam miary powſzechney nay większey:

```
B. 136 | A. 248 | 1
       |    136 |
---------------
  C. 112 | B. 136 | 1
         |    112 |
  ---------------
    D. - 24 | C. 112 | 4
            |     96 |
    ---------------
      E.  16 | D. 24 | 1
             |    16 |
      ---------------
        F. -8 | E. 16 | 2
              |    16 |
              ---------
                   - -
```

Nayprzod tedy liczbę większą A przez liczbę B dzielę, a wieloraz mimo puściwſzy, przez reſztę pozoſtałą C dzielę liczbę mnieyſzą B; a porzuciwſzy y tu wieloraz, znowu przez zoſtaiącą ſię reſztę D dzielę liczbę C; gdzie znowu wieloraz zaniechawſzy, przez reſztę E dzielę liczbę D; nakoniec przez reſztę F dzielę liczbę E, ktora liczba F że bez żadney reſzty podzieliła liczbę podzielną E, y nic ſię po odciągnieniu nie zoſtało, zaczym 8 dwoch liczb A y B na początku danych ieſt miarą powſzechną naywiększą, ktorey ſzukałem; a zatym podzieliwſzy przez 8 nayprzod liczbę B 136, wypada mi 17, potym liczbę A

248, wypadnie mi 31, bez naymnieyſzey od podzielenia obydwoch danych liczb reſzty, y będę miał: 136 = 17, a 248 = 31, czyli $\frac{17}{31}$.

Przykład 11. Szukam naywiękſzey powſzechney miary między naſtępuiącemi dwoma liczbami, iedney pod literą K, drugiey pod literą L.

```
L.102 |K. 438 |4
      |   408 |
      ---------
   M. - 30 |L. 102 |3
           |    90 |
           ---------
        N. - 12 |M. 30 |2
                |   24 |
                --------
             O. - 6 |N. 12 |2
                    |   12 |
                    --------
                        - -
```

Między temi dwiema danemi liczbami naywiękſza powſzechna miara ieſt 6, przez ktore dzieląc liczbę L wypadnie ſpełna 17, a dzieląc liczbę K wypadnie także bez żadney reſzty po podzieleniu 73.

12. Jeżeli po ſkończoney dywizyi danych liczb zoſtanie ſię co, czego to ieſt znakiem?

Jeżeli po ſkończoney tym ſpoſobem między dwiema danemi liczbami dywizyi, zoſtaie ſię iedno, znak to ieſt, że liczby dane żadney powſzechney miary między ſobą nie maią, y zowią ſię liczby niezmierzyſte, (numeri incommenſurabiles) iako ſię to daie widzieć w naſtępuiących liczbach, pod literami P y Q wyrażonych:

Q. 37 | P. 85 | 2
| 74 |

R. 11 | Q. 37 | 3
| 33 |

S. - 4 | R. 11 | 2
| 8 |

T. - 3 | S. 4 | 1
| 3 |

1

Że tedy po podzieleniu dwoch liczb P y Q zoſtaie ſię 1, znak ieſt, że owe liczby żadney powſzechney miary mieć nie mogą; zaczym przez żadną liczbę podzielić ich tak nie można, aby ſię od obydwoch nic nie zoſtało.

Jnni ſzukaią także powſzechney miary przez Subtrakcyą, odciągaiąc liczbę mnieyſzą od większey do poty, aż poki liczba, ktorą odciągam, y reſzta po odciągnieniu nie będą ſobie rowne. Liczba po odciągnieniu pozoſtała będzie miarą powſzechną naywiększą: n. p. Szukaiąc miary powſzechney między liczbami: 32 y 80; odciągam 32 od 80, zoſtaie ſię 48; od tych znowu odciągam 32, zoſtaie ſię 16; te 16 odciągam od 32, zoſtaie ſię 16, rowna reſzta liczbie, ktorąm odciągał. Zaczym ta reſzta 16 ieſt miarą powſzechną naywiękſzą danych liczb 32 y 80, przez ktorą obydwie liczby podzieliwſzy, wypadną liczby 2 y 5.

Okazanie czyli demonſtracya tey Operacyi przez ſię ieſt iawna. Bo przez nieuſtanne owe liczby mnieyſzey od większey, czy to przez Dywizyą, czy przez ſamo naturalne

 od-

odciąganie, przyiść naostatek koniecznie musiemy do takiey liczby, ktoraby danych liczb rownym była wymiarem, albo przynaymniey wskazała nam, że między danemi liczbami żadney miary powszechney znaleść nie można.

13. Ktory iest drugi sposob sprowadzenia liczb danych na mnieysze terminy?

Ten sposob iest bardzo łatwy y prędki, y na tym zawisł, aby spoyrzawszy na dane liczby, wynaleść na domysł liczbę taką, ktoraby mi dane liczby bez żadney reszty dzieliła; iaka liczba nayczęściey trafia się 2, y insze tym podobne: n. p. Te liczby 36 y 96 chcąc na mnieysze terminy redukować, widzę, że przez 2 spełna dzielić się mogą. Dzielę ie więc nayprzod przez 2, wypadną te: 18 y 48. Te znowu dzielę przez 2, wypadną liczby 9 y 24. Te znowu dzielę przez 3, wypadną mi: 3 y 8; daley przez żadną liczbę obydwie razem dzielić się nie mogą. (b)

Fundament tego masz z Axyom: 3.

14. Jak się tedy liczba łamana na naymnieysze terminy sprowadza, nieodmieniaiąc bynaymniey iey ceny?

Sprowadza się tym sposobem: przez miarę powszechną naywiększą, albo przez liczbę napamięć wynalezioną, tak Licznik iako y Mianownik daney frakcyi dzieli się: wieloraz z Licznika

---

[b] Liczba każda siebie samę raz mierzy, zaczym zażyta bydź może za naywiększą powszechną miarę między sobą y drugą liczbą daną. Tak 7 iest naywiększą powszechną miarą między 7 y 21. Bo 7 podzieliwszy przez 7, wypadnie 1, a 21 podzieliwszy przez 7, wypadnie 3, bez żadney od oboyga liczby reszty.

cznika będzie nowym Licznikiem, a wieloraz z Mianownika będzie nowym Mianownikiem frakcyi nowey, daney we wszystkim rowney przez Axyom: 3. N. p. frakcyą następuiącą: $\frac{60}{96}$ chcąc sprowadzić do naymnieyszych terminow, szukam naywiększey powszechney miary między temi dwiema liczbami sposobem wyżey podanym; y znayduię 12; przez te 12 dzieląc Licznika 60, wypadnie 5, a dzieląc Mianownika 96, wypadnie 8. Mam tedy nową frakcyą w naymnieyszych terminach: $\frac{5}{8}$ pierwszey we wszystkim rowną.

Toż samo wypadnie dzieląc Licznika y Mianownika przez liczbę na domysł wynalezioną, n. p. przez 3, a potym te wielorazy znowu dzieląc przez 4, będę miał: $\frac{5}{8}$ iak wyżey.

Przykład II. Frakcyą następuiącą: $\frac{128}{272}$ chcę sprowadzić na naymnieysze terminy. Przez miarę powszechną: 16, dzielę tak Licznika iako y Mianownika daney frakcyi, wynika mi nowa frakcya pierwszey rowna: $\frac{8}{17}$. Toż samo mi wyniknie, dzieląc też liczby, n. p. przez 2, potym przez 4, potym znowu przez 2, będzie nowa frakcya: $\frac{8}{17}$ pierwszey rownaiąca się zupełnie.

15. Jak się dochodzi, wiele ktora frakcya waży?

Dochodzi się tym sposobem: Licznik daney frakcyi multyplikuie się przez te cząstki, z ktorych się rzecz całkowita składa, a ten produkt dzieli się przez Mianownika teyże frakcyi; wieloraz ukaże mi, co frakcya owa ważyła: n. p. Chcąc wiedzieć wiele mi uczynią $\frac{2}{5}$ dwie z pięciu części iednego złotego? Rozmnażam Licznika 2 przez cząstki złotego, z ktorych się

 składa-

ſkłada, to ieſt: przez groſzy 30. Wypada mi produkt 60; ten dzielę przez Mianownika 5, wychodzi Wieloraz: 12, ktory mi ukazuie, że $\frac{2}{5}$ iednego złotego, znaczą groſzy 12.

§. 3.

O ſprowadzeniu liczb łamanych do iednego Mianownika.

16. CO to ieſt ſprowadzać frakcyą do iednego Mianownika, y na co?

Jeſt to uczynić, ażeby frakcye rożnych Mianownikow maiące, iednego potym Mianownika miały, nieodmieniwſzy w niczym wewnętrzney ſwoiey ceny, iak ſię niżey w przykładach pokaże. Dla tego zaś ſprowadzaią ſię, aby ie dodawać y odciągać można było; o czym niżey.

17. Jak tedy dane frakcye do iednego Mianownika ſprowadzać?

Tym naſtępuiącym ſpoſobem: niech będą n. p. te dwie frakcye: $\frac{2}{3}$ y $\frac{3}{5}$, ktore chcę do iednego Mianownika ſprowadzić. Rozmnażam nayprzod między ſobą danych frakcyi Mianowniki, y mam produkt: 15, ktory dwa razy pod liniikami piſzę, bo dwie frakcye do iednego Mianownika ſprowadzam. Ten produkt dwa razy napiſany, będzie poſpolitym Mianownikiem nowych frakcyi. Potym ſzukam nowych Licznikow: rozmnażaiąc Licznika frakcyi pierwſzey na krzyż przez Mianownika drugiey, y mam nowego Licznika frakcyi pierwſzey: $\frac{10}{15}$. Toż rozmnażam Licznika frakcyi drugiey na krzyż przez Mianownika pierwſzey, y mam nowego Licznika frakcyi drugiey:

giey: $\frac{9}{15}$. Te nowe frakcye pierwſzym danym we wſzyſtkim ſą rowne przez Axyom: 3, y iednego maią Mianownika. Oto przydład:

$$\frac{2}{3} \times \frac{3}{5} = \frac{10}{15}\ \frac{9}{15}.$$

18. Jeżeli więc iak dwie liczby łamane dane będą, iak ie do iednego Mianownika ſprowadzać trzeba?

Tymże ſamym prawie, co wyżey, ſpoſobem. Nayprzod Mianowniki wſzyſtkich frakcyi między ſobą rozmnażam, y mam poſpolitego dla nowych frakcyi Mianownika. Licznikow zaś nowych tak ſzukam: rozmnażam na krzyż Licznika pierwſzey frakcyi daney, przez Mianowniki inſzych frakcyi, procz właſnego Mianownika, y będę miał nowego Licznika dla pierwſzey frakcyi nowey. Dla wynalezienia Licznika dla drugiey frakcyi, teyże frakcyi Licznika danego rozmnażam przez dane Mianowniki inſzych frakcyi, procz tylko Mianownika właſnego, y tak daley. Niech będą n. p. naſtępuiące frakcye: $\frac{1}{3}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5}$, ktore chcę do iednego Mianownika ſprowadzić. Nayprzod tedy Miakowniki dane między ſobą rozmnażam: trzy razy cztery, ſą 12; y znowu pięć razy dwanaście, ſą 60; mam iuż Mianownika dla nowych frakcyi poſpolitego. Teraz ſzukam Licznika dla pierwſzey frakcyi tak: biorę danego Licznika 1, y rozmnażam go przez Mianowniki inſzych frakcyi procz ſwego, to ieſt: rozmnażam go przez 4 y przez 5, mam produkt 20, ktory piſzę za Licznika frakcyi pierwſzey nowey. Potym rozmnażam Licznika danego drugiey frakcyi 2, przez Mianowniki procz ſwego, to ieſt: przez 3 y przez 5, mam produkt: 30, ktory piſzę za Licznika

dru-

drugiey frakcyi nowey. Naoſtatek rozmnażam Licznika danego frakcyi trzeciey 3, przez inne Mianowniki procz ſwego, to ieſt: przez 3 y przez 4; mam produkt 36, ktory piſzę za Licznika frakcyi nowey trzeciey. Mam tedy nowe frakcye z iednakowym Mianownikiem we wſzyſtkim danym frakcyom proporcyonalnie rowne. Oto przykład:

$$\frac{1}{3}\ \frac{2}{4}\ \frac{3}{5} = \frac{20}{60},\ \frac{30}{60},\ \frac{36}{60}.$$

Tym ſpoſobem choćby naywięcey frakcyi mogę łatwo do iednego Mianownika ſprowadzić.

19. Jak inaczey można frakcye do iednego Mianownika przywieść y kiedy?

W ten czas można łatwiey y krocey dane frakcye do iednego Mianownika przywieść, kiedy Mianownik iedney ze dwoch frakcyi ſpełna dzieli Mianownika frakcyi drugiey; bo na ten czas przez wieloraz z tey dywizyi wypadaiący, rozmnożywſzy Licznika y Mianownika frakcyi mnieyſzey, to ieſt tey frakcyi, ktorey Mianownik Mianownika frakcyi drugiey ſpełna podzielił; obydwie łamane liczby będą miały iednakowego Mianownika: na przykład. W tych frakcyach: $\frac{3}{4}$ $\frac{5}{12}$, ponieważ Mianownik 4 pierwſzey frakcyi zamyka ſię zupełnie trzy razy w Mianowniku 12 drugiey frakcyi daney; więc przez ten wieloraz 3 rozmnażam Licznika y Mianownika pierwſzey frakcyi mnieyſzey: 3 X $\frac{3}{4}$, mam $\frac{9}{12}$, ktora frakcya tegoż ſamego ma Mianownika, co y druga $\frac{5}{12}$. Oto przykład:

$$\frac{3}{4},\ \frac{5}{12} = \frac{9}{12},\ \frac{5}{12}.$$

20. Jak poznać można większość iedney frakcyi od druiey?

Z nau-

Z nauki w tym paragrafie daney łatwo poznać można, iż ta z danych frakcyi ieſt więkſza, ktora ma więkſzego Licznika, ſprowadziwſzy ie wprzod do iednego Mianownika, iako w danych przykładach widzieć ſię daie.

§. 4.

O ſprowadzeniu liczb łamanych na całkowite, y przeciwnie całkowitych na łamane; oraz o ułomkach liczby łamaney.

21. JAk liczbę łamaną na liczby całkowite obrocić?

Kiedy frakcya Licznika albo rownego, albo więkſzego ma od Mianownika, w ten czas, iako ſię wyżey powiedziało, frakcya taka ieſt niewłaściwa, y przeto obraca ſię na liczby całkowite bardzo łatwo, tym ſpoſobem: Licznik frakcyi daney dzieli ſię przez ſwego Mianownika, wieloraz wypadaiący pokaże liczbę całkowitą. N. p. maiąc: $\frac{5}{5}$ pięć z pięciu części iednego złotego, dzielę Licznika 5 przez Mianownika 5, y wypada ieden złoty. Podobnie $\frac{16}{8}$ talara bit: znaczy talerow bitych 2.

22. Jeżeli po odprawioney dywizyi co ſię zoſtaie, co z tym czynić potrzeba?

Na ten czas reſzta pozoſtała od złożenia liczby całkowitey, kładzie ſię za frakcyą z tymże ſamym Mianownikiem, ktory teraz dzielnikiem był: n. p. Maiąc $\frac{15}{6}$ złotego; po uczynioney dywizyi, mam złotych 2 $\frac{3}{6}$ albo $\frac{1}{2}$, iednę ze dwoch części, czyli połowę złotego, to ieſt: groſzy 15. (c)

23.

---

[c] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi y miary mnieysze na większe: tak: $\frac{240}{20}$ groszy = złotym 12. Tak $\frac{8}{4}$ ćwierci = łokciom 2.

23. Przeciwnie iak ſię liczba całkowita na liczbę łamaną do iakiegokolwiek danego Mianownika przywodzi?

Przywodzi ſię tak: dana liczba całkowita rozmnaża ſię przez danego Mianownika, produkt wypadaiący będzie iego Licznikiem: n. p. Chcę 4 obrocić na liczbę łamaną, ktorey Mianownikiem ma bydź 5. Rozmnażam daną liczbę całkowitą 4 przez danego Mianownika 5, a produkt wypadaiący piſzę za Licznika, y mam frakcyą $\frac{20}{5}$ rowną we wſzyſtkim daney liczbie całkowitey 4; gdyż 20 podzieliwſzy przez 5, wypadną nazad 4 całkowite. Tak chcąc 6 złotych ſprowadzić do Mianownika 30; rozmnażam 30 przez 6, wychodzi łamana liczba $\frac{180}{30}$, to ieſt: groſzy 180 = 6 złotym. (d)

24. Jedno iak ſię na frakcyą obraca?

Ponieważ iedno nic nierozmnaża, więc to iedno całkowitey liczbie za Mianownika podkładam, y ſtaie ſię niby frakcya. N. p. $\frac{7}{1} = 7$. $\frac{9}{1} = 9$. Czego niżey w rozmnożeniu y podzieleniu liczb łamanych niemały pokaże ſię pożytek y używanie.

25. Co tu ieſzcze uważać y zachować trzeba?

Kiedy liczba całkowita ma frakcyą przyległą, w ten czas do produktu przydać trzeba Licznika frakcyi daney. N. p. 3 y $\frac{2}{5}$ chcąc ſprowa-

---

[d] Ztąd uczemy się redukować monety, wagi y miary większe na mnieysze, rozmnożywszy ie przez monety, wagi y miary mnieysze, ktore w sobie zamykaią. Tak Talerow bitych 20, rozmnożywszy przez 8, mam złotych: 160. Korcy 10 rozmnożywszy przez 32, mam garcy: 320.

wadzić do Mianownika 5; po rozmnożeniu 5 przez 3, dodaię do produktu 15, Licznika 2, y mam nową frakcyą: $\frac{17}{5} = 3 + \frac{2}{5}$.

Poyďźmy iuż do ułamkow liczby łamaney.

26. Jak ułamki liczby łamaney na iednę prostą frakcyą sprowadzić?

Trzeba rozmnożyć tak Liczniki, iako y Mianowniki między sobą, wypadnie iedna frakcya pierwszym zupełnie rowna: n. p. Z tych dwoch frakcyi: $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$, z ktorych pierwsza iest ułamkiem drugiey, chcąc iednę frakcyą zrobić: rozmnażam osobno Liczniki między sobą: 1 X 2; y Mianowniki: 2 X 3. Produkt z Licznikow 2, będzie nowym Licznikiem, a produkt z Mianownikow 6, będzie nowym Mianownikiem frakcyi tey: $\frac{2}{6}$ rowney we wszystkim daney frakcyi z iey ułamkiem: $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$.

27. Jak to można przykładem iakim obiaśnić?

Wspomnionym przykładem tak to obiaśniam: maiąc $\frac{1}{2} | \frac{2}{3}$ iednego złotego, to iest: groszy 10, iednoż iest, iak gdybym miał $\frac{2}{6}$ tegoż samego złotego. Bo frakcya $\frac{2}{6}$ na mnieysze terminy sprowadzona, czyni: $\frac{1}{3}$, to iest: groszy 10; a ponieważ 10 gr: $= \frac{1}{2} | \frac{2}{3} = \frac{2}{6} = \frac{1}{3} =$ 10. Więc groszy 10 = 10 groszy.

Toż samo czynić potrzeba, kiedy więcey ułamkow iedney frakcyi przyidzie na iednę frakcyą zbierać. N. p. następuiącey frakcyi ułamki: $\frac{3}{4} | \frac{2}{3} | \frac{4}{6}$, w iednę zbiwszy, będę miał frakcyą tę: $\frac{24}{72}$ danym ułamkom zupełnie rowną. (e)

§. 5.

---

[e] Ułamki liczb łamanych ztąd powstaią, kiedy iaka frakcya obraca się w inszą do danego Mianownika, a Mianownik pierwszey frakcyi, produkt wypadły nie-

§. 5.

O dodawaniu y odciąganiu liczb łamanych.

28. JAk liczby łamane dodawać?

Jeżeli łamane liczby do znieſienia dane maią iednego Mianownika, tak ſię w nich czyni addycya: dodaią ſię wſzyſtkie Liczniki, a ſummie; tenże ſam Mianownik dany podpiſuie ſię: n. p. Chcąc dodać te frakcye: $\frac{3}{12} + \frac{5}{12} + \frac{7}{12}$; zbieram Liczniki, y mam z nich ſummę zebraną 15, ktorey podkładam poſpolitego Mianownika, y wypada frakcya: $\frac{15}{12} = 1 + \frac{3}{12}$, czyli $= 1 + \frac{1}{4}$.

Jeżeli zaś liczby łamane, ktore mam dodawać, rożnych maią Mianownikow, takowe wprzod ſprowadzam do iednego Mianownika przez pytanie 17, dopieroż zbieram Liczniki ſpo-

---

spełna dzieli, ztąd rodzi się frakcya frakcyi. Na przykład. Chcąc $\frac{2}{3}$ sprowadzić do frakcyi, ktoraby miała Mianownika 5; rozmnażam Licznika 2, przez danego Mianownika 5, mam produkt 10, ten dzielę przez Mianownika pierwszey daney frakcyi 3; po dywizyi zostaie się 1; więc kładę wieloraz 3 nad Mianownikiem 5, tak: $\frac{3}{5}$, y zaraz przyłączam frakcyą z reszty wynikaiącą, z dawnym Mianownikiem $\frac{1}{3}$, ktora iest ułamkiem liczby łamaney, tak ie pisząc: $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$, y tak ie wymawiam: dwa ze trzech sprowadzone od Mianownika pięciu, czynią: trzy z pięciu, y ieden ze trzech, iednego z pięciu: $\frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$.

Że zaś $\frac{2}{3}$ rowne są: $\frac{3}{5} + \frac{1}{3} | \frac{1}{5}$ tak tego dowieść można: ten ułamek liczby łamaney: $\frac{1}{3} | \frac{1}{5}$ do iedney frakcyi sprowadziwszy, mam: $\frac{1}{15}$; więc $\frac{2}{3} = \frac{3}{5} + \frac{1}{15}$. Te frakcye sprowadzam do iednego Mianownika, mam: $\frac{2}{3} = \frac{9}{15} + \frac{1}{15}$; a dodaiąc ie będzie: $\frac{2}{3} = \frac{10}{15}$. Na koniec tę frakcyą: $\frac{10}{15}$ na mnieysze terminy sprowadziwszy, dzieląc n. p. przez 5, wypadnie: $\frac{2}{3}$; więc: $\frac{2}{3} = \frac{2}{3}$.

ſpoſobem wzmiankowanym, n. p. Chcąc dodawać te frakcye: $\frac{3}{5}$ + $\frac{4}{6}$. Sprowadzam ie wprzod do iednego Mianownika, y mam nowe frakcye przeſzłym rowne: $\frac{18}{30}$ + $\frac{20}{30}$. Teraz dodane czynią: $\frac{38}{30}$ = 1 + $\frac{8}{30}$.

29. Jeżeli liczby łamane maią przy ſobie liczby całkowite, co w ten czas czynić potrzeba?

Jeżeli liczby całkowite z łamanemi przyidzie zbierać, tedy oſobno znoſzą ſię liczby całkowite, oſobno liczby łamane; n. p. Dodaiąc gr: 2 + $\frac{1}{3}$ y groſzy 5 + $\frac{2}{3}$, uczynią gr: 7 + $\frac{3}{3}$ = 1, wſzyſtko = 8 groſzy.

Poydźmy iuż do odciągania liczb łamanych.

30. Jak liczby łamane odciągać?

Odciąga ſię Licznik mnieyſzy od więkſzego, ieżeli frakcye maią iednego Mianownika; a ieżeli nie, to ſię wprzod do iednego Mianownika ſprowadzaią, a reſzcie po odciągnieniu podpiſuie ſię poſpolity Mianownik. N. p. $\frac{5}{9}$ — $\frac{2}{9}$ = $\frac{3}{9}$ albo $\frac{1}{3}$. Także chcąc odciągać z $\frac{4}{5}$ — $\frac{2}{3}$; ſprowadzam frakcye do iednego Mianownika, y mam: $\frac{12}{15}$ — $\frac{10}{15}$. Teraz Liczniki odciągnąwſzy, mam frakcyą: $\frac{2}{15}$.

31. Co ieſzcze w odciąganiu liczb łamanych uważać trzeba?

To ieſzcze zważać potrzeba: kiedy przyidzie odciągać liczby całkowite z łamanemi, od całkowitych oraz z łamanemi, w ten czas całkowite odciągam od całkowitych, a łamane od łamanych, podkładaiąc reſzcie poſpolitego Mianownika. N. p. z 7 + $\frac{3}{4}$ chcąc odciągnąc 3 + $\frac{2}{4}$, zoſtaie ſię 4 + $\frac{1}{4}$.

Kiedy zaś dana będzie frakcya do odciągnienia iey od liczby całkowitey, tedy wprzod całkowitą ſprowadzam na frakcyą, do Miano-

wnika

wnika przyległey frakcyi, toż dopiero czynię Subtrakcyą, n. p. Chcąc odciągać z 5 — $\frac{1}{3}$, rozmnażam nayprzod 5 przez danego Mianownika 3, mam frakcyą z tymże Mianownikiem $\frac{15}{3}$, od ktorey odciągam — $\frac{1}{3}$, y zostaie się: $\frac{14}{3} = 4 + \frac{2}{3}$.

Podobnym sposobem chcąc od 9 odciągnąć $4 + \frac{3}{5}$. Nayprzod 1 z całkowitey liczby 9 obracam na frakcyą, ktoraby miała tegoż Mianowuika, co y frakcya dana, y będzie frakcya $\frac{5}{5}$, od ktorey odciągam — $\frac{3}{5}$, zostanie się: $\frac{2}{5}$; potym odciągam liczby całkowite 4 od 8 (bom iedno na frakcyą sprowadził) y zostanie się mi wszystkiego: $4 + \frac{2}{5}$. Albo też 4 całkowite sprowadzam nayprzod do Mianownika 5 przyległey frakcyi przez multyplikacyą, a do produktu dodaię Licznika danego 3, y mam nową frakcyą: $\frac{23}{5}$. Potym 9 całkowite sprowadzam także do Mianownika danego 5, y będę miał frakcyą: $\frac{45}{5}$. Teraz z tych frakcyi: $\frac{45}{5}$ — $\frac{23}{5}$ odciągnąwszy mnieyszą od większey, zostanie się: $\frac{22}{5} = 4 + \frac{2}{5}$.

Na to pomnieć tu należy, iż do zbierania y odciągania liczb łamanych, potrzeba zawsze, aby iednego Mianownika miały.

§. 6.

O rozmnożeniu, y podzieleniu liczb łamanych.

23. JAk się czyni multyplikacya liczb łamanych?

Multyplikuią się Liczniki y Mianowniki między sobą, produkt z Licznikow, będzie Licznikiem nowey frakcyi, a produkt z Mianownikow będzie Mianownikiem frakcyi nowey. N. p. $\frac{1}{2} \times \frac{2}{3} = \frac{2}{6}$.

33. Ktore przypadki w rozmnożeniu liczb łamanych trafić się mogą?

Te trzy następuiące: albo rozmnażać przyidzie frakcyą przez frakcyą; albo liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą; albo nakoniec mnożyć przyidzie całkowitą z liczbą łamaną przez całkowitą razem z łamaną.

34. W pierwszym przypadku co czynić trzeba?

Trzeba, iakom powiedział, Liczniki y Mianowniki osobno rozmnożyć, y będzie odprawiona multyplikacya. N. p. chcąc mnożyć $\frac{5}{7}$ przez $\frac{3}{5}$: rozmnożywszy Liczniki 5 X 3, y Mianowniki 7 X 5, wypadną produkta: $\frac{15}{35}$ = $\frac{3}{7}$. Podobnie rozmnażaiąc $\frac{2}{3}$ przez $\frac{3}{5}$, wypadnie produkt: $\frac{6}{15}$.

35. W drugim przypadku iak sobie postąpić trzeba?

Kiedy liczbę całkowitą przez łamaną, albo łamaną przez całkowitą mnożyć przychodzi, w ten czas liczbie całkowitey podkłada się za Mianownika 1, potym czyni się multyplikacya sposobem ukazanym. N. p. chcąc 5 przez $\frac{1}{3}$ rozmnożyć, podkładam pod 5 iedno, y będę miał niby frakcyą: $\frac{5}{1}$ X $\frac{1}{3}$ = $\frac{5}{3}$ = 1 + $\frac{2}{3}$.

36. Co nakoniec w trzecim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przez całkowitą razem z łamaną mnożyć potrzeba, na ten czas liczby całkowite sprowadzaią się wprzod na liczby łamane, dopieroż czyni się multyplikacya sposobem opisanym, n. p. Chcąc rozmnożyć 7 przez 2 + $\frac{2}{3}$; sprowadzam nayprzod 2 całkowite do Mianownika frakcyi

przy-

przyległey 3, a pod 7 kładę 1, y mam frakcye nowe: $\frac{7}{1}$ X $\frac{8}{3}$, ktore rozmultyplikowane czynią: $\frac{56}{3}$ = 18 + $\frac{2}{3}$. Podobnie gdy chcę multyplikować: 6 y $\frac{3}{5}$ przez 3 y $\frac{2}{3}$, fprowadzam liczby całkowite do frakcyi danych Mianownikow, y rozmnożywfzy Licznikow y Mianownikow, wypadnie produkt: $\frac{363}{15}$ = 24 + $\frac{3}{15}$, albo $\frac{1}{5}$.

37. Pokażmy w przykładzie pożytek multyplikacyi liczb łamanych?

Niech będzie naftępuiący przykład: Płacąc łokieć fukna po 6 + $\frac{2}{3}$, to ieft po złot: 6. y gr: 20, pytam wiele zapłacić potrzeba za 20 + $\frac{2}{4}$, to ieft za łokci 20 y ćwierci 2?

Sprowadzam nayprzod liczby całtowite do przyległych im frakcyi, to ieft: 6 + $\frac{2}{3}$ = $\frac{20}{3}$, a 20 + $\frac{2}{4}$ = $\frac{82}{4}$. Rozmnożywfzy między fobą te frakcye: $\frac{20}{3}$ X $\frac{82}{4}$, wypadnie: $\frac{1640}{12}$ = 136 + $\frac{8}{12}$ czyli $\frac{2}{1}$. Więc za łokci 20 y ćwierci dwie, dać powinienem złot: 136. y gr: 20.

38. Jak łatwiey liczb łamanych multyplikacyą odprawić można y kiedy?

Liczb łamanych multyplikacyą odprawić także można przez dywizyą, dzieląc na krzyż Mianownika frakcyi iedney przez Licznika frakcyi drugiey, y wzaiemnie; lecz tylko w ten czas, gdy fię bez refzty dzielić mogą. Tak chcąc rozmnożyć te frakcye: $\frac{2}{4}$ przez $\frac{8}{10}$, dzielę 8 przez 4, a 10 przez 2, y mam produkt danych frakcyi: $\frac{2}{5}$. Jakoż mnożąc te dwie frakcye wyżey podanym fpofobem, toż famo wypadnie. Bo $\frac{2}{4}$ X $\frac{8}{10}$ = $\frac{16}{40}$ = $\frac{2}{5}$.

Okazanie czyli demonftracya multyplikacyi liczb łamanych.

Mnożyć frakcyą A przez frakcyą B, ieft to wyna-

wynaleść za produkt frakcyą C, ktoraby ſię tyle razy mieściła w frakcyi mnożney B, ile razy frakcya A za rozmnożyciela dana, mieści ſię w iednym. A że w tym razie, iako frakcya C dwa razy mieści ſię w frakcyi B, tak frakcya A dwa razy mieści ſię w iednym; zaczym frakcya C ieſt produkt frakcyi B. rozmnożney przez frakcyą A:

$$\begin{matrix} A. & B. & C. \\ \frac{1}{2} \times \frac{2}{3} & = & \frac{2}{6}. \end{matrix}$$

Ztąd każdy doyść może, dla czego zmultyplikacyi liczb łamanych A y B, produkt C wynikaiący mnieyſzy ieſt od frakcyi, ktore między ſobą mnożę. Bo ponieważ 1 tak ſię ma do frakcyi A, iak ſię ma frakcya B do frakcyi C (iakośmy w multyplikacyi proſtey powiedzieli) a iedno ieſt większe nad frakcyą A; więc y frakcya B większa bydź powinna nad frakcyą C; a zatym produkt przez frakcyą C wyrażony, powinien bydź mnieyſzy.

Teraz o dzieleniu liczb łamanych mowić będziemy.

39. Jak ſię odprawia dywizya liczb łamanych?

Generalnie mowiąc, odprawnie ſię, dzielnika wſpak obracaiąc, to ieſt Licznika kładąc na mieyſcu Mianownika, a Mianownika na mieyſcu Licznika, potym Liczniki y Mianowniki oſobno między ſobą rozmnożywſzy, produkt wypadaiący, będzie wielorazem frakcyi daney. N. p. przez $\frac{3}{5}$ dzieląc $\frac{2}{3}$, będzie: $\frac{5}{3}\ \frac{2}{3} = \frac{10}{9} = 1 + \frac{1}{9}$.

40. Wiele przypadkow w dzieleniu liczb łamanych trafić ſię może?

Podobnie iak w multyplikacyi, trzy przy-

 pad-

padki trafić ſię mogą; bo albo frakcyą przez frakcyą dzielić potrzeba, albo frakcyą przez liczbę całkowitą, lub całkowitą przez łamaną, albo na koniec liczbę całkowitą z łamaną, przez całkowitą oraz z łamaną.

41. Jak ſię w pierwſzym przypadku frakcya przez frakcyą dzieli?

Dzielnik obraca ſię wſpak, iakośmy dopiero powiedzieli, dopieroż czyni ſię multyplikacya, n. p. Chcąc dzielić $\frac{4}{5}$ przez $\frac{1}{3}$; obracam dzielnika $\frac{1}{3}$ wſpak, mam $\frac{3}{1}$; teraz multyplikuiąc Liczniki 4 X 3 y Mianowniki 5 X 1, wypadnie wieloraz $\frac{12}{5} = 2 + \frac{2}{5}$. Podobnie dzieląc $\frac{6}{7}$ przez $\frac{1}{4}$, obrociwſzy wſpak dzielnika, y liczbę rozmnożywſzy, wypadnie wieloraz $\frac{24}{7} = 3 + \frac{3}{7}$.

42. Co w drugim przypadku czynić potrzeba?

Jle razy przyidzie dzielić liczbę całkowitą przez łamaną, lub łamaną przez całkowitą, potrzeba liczbie całkowitey podłożyć iedno, a dzielnika wſpak obrocić, potym multyplikować Liczniki y Mianowniki; produkt będzie danym wielorazom: n. p. Chcąc dzielić 3 przez $\frac{1}{4}$; podkładam trzem iedno, mam: $\frac{3}{1}$, y wſpak obrociwſzy dzielnika $\frac{4}{1}$, y multyplikacyą uczyniwſzy, będzie: $\frac{12}{1} = 12$. Podobnie $\frac{2}{3}$ dzieląc przez 6, dadzą wieloraz: $\frac{2}{18}$ albo $\frac{1}{9}$.

43. Jak na koniec w trzecim przypadku odprawuie ſię liczb łamanych dywizya?

Kiedy liczbę całkowitą z łamaną przychodzi dzielić także przez całkowitą oraz z łamaną, w ten czas liczby całkowite potrzeba wprzod ſprowadzić do frakcyi przyległych, a potym czynić rachubę, iak ſię w pierwſzym przypadku powiedziało: n. p. Chcę dzielić 7

$+ \frac{1}{3}$

$+ \frac{1}{3}$ przez $\frac{1}{4}$. Sprowadzam wprzod 7 do frakcyi przyległey, będzie $\frac{22}{3}$. Dzielnika wſpak obracam, mam: $\frac{4}{1}$. Teraz $\frac{22}{3}$ X $\frac{4}{1}$, wypadnie wieloraz: $\frac{88}{3} = 29 + \frac{1}{3}$. Podobnie chcąc dzielić $5 + \frac{1}{4}$ przez $4 + \frac{2}{3}$, ſprowadziwſzy liczby całkowite do przyległych frakcyi, y dzielnika wſpak obrociwſzy, wypada wieloraz: $\frac{63}{56} = 1 + \frac{7}{56}$.

44. Jak łatwiey y kiedy liczby łamane dzielić można?

1. Kiedy Mianownik w oboiey frakcyi ieſt tenże ſam, tedy Mianownikow zmazawſzy, Licznika przez Licznika dzielę, y mam wieloraz prawdziwy; a ieśli ſię co w dywizyi zoſtaie, to piſzę przez frakcyą z Mianownikiem danym, czyli dzielnikiem. Tak n. p. dzieląc $\frac{4}{6}$ przez $\frac{2}{6}$, zmazawſzy Mianowniki dane, a podzieliwſzy 4 przez 2, wypadnie wieloraz: 2 całkowite. Podobnie dzieląc $\frac{3}{4}$ przez $\frac{2}{4}$, mażę Mianowniki, a 3 przez 2 podzieliwſzy wyniknie: $1 + \frac{1}{2}$.

2. Kiedy terminy frakcyi za dzielnika daney, ſpełna dzielą terminy frakcyi podzielney, na ten czas nowy Licznik y Mianownik, ktore z tey dywizyi wynikną, będą wielorazem daney frakcyi. Tak n. p. chcąc dzielić frakcyą $\frac{4}{9}$ przez $\frac{2}{3}$, podzieliwſzy 4 przez 2, a 9 przez 3, mam frakcyą nową: $\frac{2}{3}$, ktora ieſt prawdziwym wielorazem danych frakcyi. Zarownie dzieląc $\frac{6}{12}$ przez $\frac{3}{4}$, wypadnie: $\frac{2}{3}$.

Okazanie, czyli demonſtracya roboty w dzieleniu liczb łamanych:

Dzielić frakcyą A przez frakcyą B, ieſt wynaleść wieloraz C, do ktorego iedno tę powinno mieć proporcyą, iaką ma dzielnik B

do liczby podzielney A, podług reguł o dywizyi proſtey wyżey podanych. Lecz że w tym razie, iedno tak ſię ma do frakcyi C, iak ſię ma frakcya dzieląca B do frakcyi podzielney A. Jedno albowiem tak ſię ma do frakcyi C, iak ſię ma Mianownik teyże frakcyi 3 do ſwego Licznika, przez Axyoma 1. Frakcya zaś B do frakcyi A tak ſię ma, iak 3 do 4. Gdyż ſprowadziwſzy te dwie frakcye A y B do iednego Mianownika, mam frakcye: M y N. frakcyom A y B we wſzyſtkim rowne; te zaś dla iednakowego Mianownika tę maią do ſiebie proporcyą iak 3 do 4; a zatym iedno tak ſię ma do frakcyi C, iak ſię ma frakcya B do A; przeto frakcya C ieſt wieloraz frakcyi A y B do podzielenia danych.

B.	A.		C.
$\frac{1}{2}$	$\frac{2}{3}$	=	$\frac{4}{3}$.
M.	N.	|	
$\frac{3}{6}$	$\frac{4}{6}$	|	1. $\frac{4}{3}$ :: 3. 4.

Z tey demonſtracyi łatwo doyść można przyczyny, dla ktorey w dywizyi liczb łamanych, wieloraz wypada większy nad liczbę do podzielenia daną; co ſię w ten czas przytrafia, kiedy frakcya dzieląca mnieyſza ieſt nad iedno całkowite. Bo ponieważ dzielnik tak ſię ma do liczby podzielney, iak ſię ma iedno do wieloraza; odmieniwſzy tę proporcyą, dzielnik tak ſię będzie miał do iednego, iak liczba podzielna do wieloraza. A że dzielnik ieſt mnieyſzy od iednego całkowitego, zaczym y liczba podzielna od wieloraza mnieyſza bydź powinna.

Proby Addycyi, Subtrakcyi, multyplikacyi y dywizyi liczb łamanych, też ſame ſą, ktore

ſię

ſię podały wyżey w regułach liczb całkowitych; to ieſt: Addycya doświadcza ſię przez Subtrakcyą. Subtrakcya przez Addycyą, Multyplikacya przez dywizyą, Dywizya przez multyplikacyą, ſpoſobem tamże przepiſanym. (f)

ROZDZIAŁ III.

O Regułach wyżſzey Arytmetyki.

§. 1.

O Proporcyi w powſzechnoęci.

1. Wiele ieſt reguł wyżſzey Arytmetyki? Reguły wyżſzey Arytmetyki poſpolicie rachuią ſię cztery, to ieſt: 1. Reguła proporcyi. 2. Reguła Towarzyſtwa, albo ſpołki. 3. Reguła wiązana. 4. Reguła domniemania, czyli fałſzywego założenia. Do tych przydaią Arytmetycy: wyciąganie ſcian y ſkoki liczbowe. Pierwſza z wyrażonych reguł ieſt nayprzednieyſza, gdyż na niey inne gruntuią ſię, y bez iey pomocy odprawić ſię nie mogą. Zaczym do zupełnego iey zrozumienia, za rzecz potrzebną ſądzę, o liczbach proporcyonalnych y ich własnościach nieco pomowić.

[f] Cokolwiek dotąd o Addycyi, Subtrakcyi, multyplikacyi y dywizyi liczb tak całkowitych, iako y łamanych powiedzieliśmy, to wszystko iest fundamentem całey głębszey Arytmetyki; bez tych fundamentow dalsze y wyższe Arytmetyki reguły żadną miarą rozwiązane bydź nie mogą. A ztąd iaśnie pokazuie się niemały pożytek y potrzeba wiadomości liczb nie tylko całkowitych, ale y łamanych, w następuiących regułach Arytmetycznych, a nayprzod w regule proporcyi.

2. Co to ieſt proporcya w powſzechności? co wzgląd albo *ratio*?

Proporcya ieſt to dwoch względow wzaięmnych pewne porownanie albo pomiarkowanie. Ten zaś wzgląd (*ratio*) ieſt dwoch liczb albo rzeczy, iedney do drugiey ſtoſowanie albo mienie ſię. Tak n. p. 6 y 3 do ſiebie ſtoſuiąc, widzę, że liczba 6 liczbę 3 dwa razy w ſobie zamyka, a liczba 3 w liczbie 6 także dwa razy ſię zamyka. Podobnie te liczby: 2 y 1 do ſiebie ſtoſuiąc, widzę, że 2 dwa razy 1 w ſobie zamyka, a 1 we dwoch także dwa razy ſię zawiera. Otoż ten wzgląd liczb zowie ſię proporcyą, ktora w wyrażonych dopiero liczbach zachodzi dwakrotnie; bo iak 3 w 6, tak 1 w 2 dwa razy ſię zamyka.

3. Jak ſię zowią te terminy?

Pierwſzy termin zowie ſię pierwſzy poprzedzaiący (*Antecedens.*) Drugi zowie ſię drugi naſtępuiący (*Conſequens.*) Trzeci zowie ſię drugi poprzedzaiący. A czwarty drugi naſtępuiący. Pierwſzy także y oſtatni terminy, zowią ſię oſtatniemi; a drugi y trzeci: śrzedniemi nazywaią ſię. Cztery te terminy tenże ſam wzgląd między ſobą maiące, zowią ſię proporcyonalne.

4. Wieloraka ieſt proporcya?

Jeſt dwoiaka: rozdzielna (*Diſcreta*) y ciągła (*continua.*)

5. Co ieſt proporcya rozdzielna a co ciągła?

Rozdzielna ieſt ta, w ktorey liczby czyli terminy proporcyi po razu iednym, a każdy z oſobna bierze ſię. N. p. 2. 4 : : 3. 6. Mowię: tak ſię ma 2 do 4. iak 3 do 6. Bo 2 we 4 zamyka ſię dwa razy, a 3 w 6 także dwa

razy

razy zamyka ſię. Albo od końca: 6 tę liczbę 3 dwa razy w ſobie zamyka; podobnie 4 tę liczby 2, dwa razy w ſobie zawiera. Tey proporcyi w naſtępuiących regułach naywięcey y nayczęściey używać będziemy.

Ciągła zaś proporcya ieſt ta, kiedy liczba czyli termin we śrzodku położony, dwa razy bierze ſię y porownywa, raz iak poprzedzaiący, drugi raz iak naſtępuiący. N. p. ∺ 4. 2. 1. Mowię iak ſię maią 4 do 2, tak ſię maią też ſame 2 do 1. Gdzie 2 raz ſię biorą za termin naſtępuiący, drugi raz za termin poprzedzaiący. Ta proporcya w Skokach liczbowych będzie nam potrzebna.

6. Ktore ſą *Lemmata*, albo fundamenta upewniaiące o niezawodnych właſnościach proporcyi?

Są te trzy naſtępuiące:

Pierwſze. Jeżeli cztery dane liczby będą między ſobą proporcyonalne, tedy produkt z liczby pierwſzey y oſtatniey, rowny będzie produktowi z liczby drugiey y trzeciey. Daymy cztery liczby proporcyonalne:

3. 6 : : 4. 8.

Jako 3 X 8 = 24. Tak wzaiemnie 6 X 4 = 24. Na tym Lemmacie zaſadza ſię robota reguły proporcyi proſtey y iey proba. Albowiem ieżeli produkt przez iednę liczbę, z liczb między ſobą rozmnożonych, będzie podzielony, druga z nich za wieloraz wypadnie. N. p. ieżeli produkt 24 wynikaiący z multyplikacyi 4 X 6 podzielony będzie przez 6, wypadną 4; ieżeli przez 4, wypadną 6.

Dla tego ieżeli dane będą trzy liczby czyli terminy proporcyonalne n. p. 3. 6 : : 4. a ſzu-

ka

ka kto czwartego, do ktorego tę by miał proporcyą trzeci, ktorą ma pierwſzy do drugiego; niechay drugi termin rozmnoży przez trzeci, a produkt podzieli przez pierwſzy, wypadnie czwarty termin proporcyonalny 8.

Przyczyna tego ta ieſt: bo z multyplikacyi drugiego terminu przez trzeci, tenże produkt wypada, ktoryby wypadł z multyplikowania pierwſzego przez czwarty niewiadomy. Więc przez multyplikacyą drugiego przez trzeci, iuż mam termin czwarty, ale ieſzcze w więkſzey liczbie ukryty. Gdy tedy podzielę ten produkt przez termin pierwſzy, wypadnie drugi faktor, czyli czwarty termin dotąd ukryty. Tymże ſpoſobem znayduie ſię termin pierwſzy, dzieląc produkt z liczb ſrzednich przez termin oſtatni; wypadnie pierwſzy.

Drugie Lemma. Jeżeli z danych czterech terminow, termin pierwſzy tak ſię ma do trzeciego, iak na wywrot termin czwarty do drugiego, tedy produkt z pierwſzego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego. Daymy cztery liczby naſtępuiące: 1. 6 : : 2. 3.

W tych liczbach, że między pierwſzym terminem 1 y trzecim 2, taż ſama zachodzi proporcya, ktora między terminem czwartym 3 y drugim 6, tedy będzie proporcya porządna: 1. 2 : : 3. 6. Przeto podług Lem: I. 1 X 6 = 2 X 3 = 6. A zatym produkt z pierwſzego y drugiego, będzie rowny produktowi z terminu trzeciego y czwartego.

Na tym Lemmacie zaſadza ſię reguła proporcyi wſpak wywrocona. Ponieważ bowiem w tey proporcyi produkt z terminu pierwſze-

go

go y drugiego ieſt rowny produktowi z trzeciego y czwartego, więc produkt z pierwſzego y drugiego, dzieląc przez termin trzeci, wypadnie czwarty ukryty; ktory tak ſię mieć będzie do drugiego, iak pierwſzy do trzeciego. N. p. 1. 6 : : 2. 3.

Trzecie Lemma. Jeżeli dane będą trzy liczby ciągłe propprcyonalne, produkt z pierwſzey y trzeciey, rowny będzie produktowi drugiey w ſię wprowadzoney (to ieſt przez ſiebie ſamę rozmnożoney) y przeciwnie produkt śrzedniey w ſię wprowadzoney, rowny będzie produktowi z pierwſzey y trzeciey. N. p. ∺ 1. 2. 4. 1 X 4 = 2 X 2 = 4.

Szukaiąc więc w ciągłey proporcyi trzeciego terminu nieznaiomego, drugi termin przez ſię rozmnażam, a produkt dzielę przez pierwſzy, wypadnie trzeci ukryty. N. p. porownywaiąc 2 do 4, a chcąc wiedzieć iaka będzie trzecia liczba, do ktoreyby 4 tęż ſamę miały proporcyą, ktorą maią 2 do 4, śrzednią liczbę 4 przez ſiebie rozmnażam, wychodzi 16, dzielę ten produkt przez pierwſzą liczbę 2, wypada trzecia proporcyonalna 8. (g) Tego Lemmatu pożytek ukaże ſię niżey, gdy będziemy mowili o wynaydowanin rożnych liczb ciągle proporcyonalnych.

§. 2.

O regule proporcyi albo trzech proſtey.

7. CO ieſt reguła proporcyi?

Jeſt ta, ktora uczy, y podaie ſpoſob, do

[g] Za pomocą wspomnionych proporcyi wiele dziwnych rzeczy solwować można, ktore prostactwo za niepoięte sądzi, y ktore rozwiązane za cud iąkiś poczytywać zwykło.

do wynalezienia ze trzech liczb wiadomych czwartey niewiadomey proporcyonalney. Y dla tey przyczyny zowie ſię regułą proporcyi.

8. Jak ſię inaczey nazywa reguła proporcyi?

Nazywa ſię ieſzcze: Regułą złotą, albo regułą trzech.

9. Dla czego zowie ſię regułą złotą, dla czego regułą trzech?

Złotą nazywa ſię dla zacności y nieſkończonego pożytku w pożyciu ludzkim. Regułą zaś trzech zowie ſię przeto, iż ze trzech liczb danych y wiadomych, czwartey niewiadomey dochodzi.

10. Wielorako dzieli ſię reguła proporcyi?

Dzieli ſię poſpolicie czworako: na proſtą y ſkładaną porządną; potym na proſtą wſpak obroconą y na ſkładaną wſpak obroconą. O każdey w ſzczegulności mowić będziemy.

11. Co ieſt reguła proporcyi proſta porządna?

Jeſt ta w ktorey czwartego terminu ſzukamy takiego, ktoryby tęż ſamę miał proporcyą do trzeciego, iaką ma drugi do pierwſzego. Wiedzieć albowiem trzeba, iż w regule proporcyi proſtey, im więkſzy ieſt termin trzeci od pierwſzego, tym czwarty więkſzy bydź powinien od drugiego; y przeciwnie, im trzeci termin mnieyſzy ieſt od pierwſzego, tym czwarty mnieyſzy bydź powinien od drugiego. W przykładach naſtępuiących iaśnie to ſię pokaże.

12. Jak ſię w tey regule proporcyi proſtey terminy układaią?

Ta liczba, do ktorey ieſt przywiązane pytanie czyli zadanie, kładzie ſię na mieyſcu trzecim, ta zaś ktora z liczbą na mieyſcu trzecim położoną, iednego ieſt gatunku, kładzie ſię na mieyſcu pierwſzym; ta ktora ſię zoſtaie, kładzie ſię we śrzodku.

Przyhład 1. Pytam ſię wiele dać potrzeba za 5 bochenkow chleba, ktorego ieden bochenek płaci ſię po groſzy 3?

Ponieważ w tym przykładzie liczba 5, ma do ſiebie przyłączone pytanie, więc te 5 bochenkow kładę na mieyſcu trzecim, a 1 bochenek kładę na mieyſcu pierwſzym, zoſtaiącą ſię liczbę inſzego gatunku, kładę we śrzodku tym ſpoſobem:

1. 3 : : 5 . . .

13. Jak ſię ta reguła proſtey proporcyi odprawuie?

Odprawuie ſię tak: Termin drugi rozmnaża ſię przez trzeci, a produkt z tey multyplikacyi wynikaiący, dzieli ſię przez termin pierwſzy. Wieloraz wypadaiący będzie czwartym terminem do trzech liczb danych proporcyonalnym, y na zadane pytanie odpowie. Ta robota zaſadza ſię na Lem: I.

Tak w danym przykładzie, rozmnażam 3 przez 5, a produkt 15 dzielę przez termin pierwſzy 1. Lecz ponieważ iedno nie dzieli, mam na czwarty termin 15. Oto robota:

Chleb	gr:	Chl:	gr:
1.	3 : :	5.	15.
	5		
	15.		

Jedno nie dzieli, więc 15 gr: dać trzeba za

5 bo-

5 bochenkow chleba, gdy ſię ieden płaci po 3 groſze.

Przykład II. Wydał kto przez 4 miesiące złot: 25, pytam przez rok cały, czyli przez 12 miesięcy wiele wyda, iednoſtayny kładąc wydatek? Liczba wynaleziona 75.

Robota. Mieſ: zł: Mieſ: zł:

4. 25:: 12. 75.
12
―――
50
25
―――
4 | 30,0 | 75.
| 28. |
―――
20.
20
―――
- -

Przykład III. Poſłaniec na dzień ubiega mil 8, pytam mil 40 za wiele dni ubieży? Liczba ſzukana: 5.

Robota. Mile dni Mile dni.

8. 1:: 40. 5.
1
―――
8 | 40 | 5
| 40 |
―――
- -

14. Co na ten czas czynić potrzeba, kiedy dane terminy będą rożnego gatunku?

Trzeba ie przed operacyą zbić na ieden gatunek, potym tak czynić iak wyżey.

Przykład. Rrzemieślnik n. p. Mularz bierze na dzień złot: 2; pytam za cały miesiąc wiele zarobi?

W tym

W tym przykładzie ponieważ zachodzą terminy rożnego gatunku dni y miesięcy, zaczym miesiąc obracam na dni 30, y układam proporcyą:

Dni	złote.	Dni	złote.
1.	2 ::	30.	60.
		2	
		60.	

Więc za miesiąc zarobi złot: 60.

Przykład 11. Dzień 1 daie godzin 24, rok cały czyli dni 365 wiele godzin dadzą? Liczba ſzukana: 8760.

15. Co ieſzcze w tych terminach uważać trzeba?

Jeżeli produkt z drugiego y trzeciego terminu, mnieyſzy będzie od terminu pierwſzego, a przeto przezeń nie będzie mogł dzielić, na ten czas ow produkt czyli drugi termin wprzod na niżſzy gatunek ſprowadzić trzeba, toż dopiero dywizyą cynić.

Przykład. Za pułſetek płotna, to ieſt za łokci 50 dałem złotych 25; pytam ile ieden łokieć koſztuie?

Układam terminy:

Łok:	złot:	Łok:	złot:
50.	25 ::	1.	. .

Ponieważ iedno niemultyplikuie, a 25 złotych przez 50 łokci dzielić nie mogę; więc złote ſprowadzam na groſze, y mam gr: 750. Mowię tedy: ieżeli za 50 łokci dałem groſzy 750. Coż przypadnie za 1 łokieć? Wypada groſzy 15.

Łok:	groſzy	Łok:	gr:
50.	750 ::	1.	15.

16. Kie-

16. Kiedy liczby całkowite maią przyległe frakcye, co na ten czas czynić potrzeba?

Trzeba liczby całkowite obrocić ne frakcye przyległe; pod temi zaś liczbami całkowitemi, ktore frakcyi żadney nie maią, podkłada ſię 1 za Mianownika; potym odprawuie ſię multyplikacya y dywizya ſpoſobem o liczbach łamanych przepiſanym.

Przykład I. Za łokieć 1 Felpy dałem złotych 2 y $\frac{1}{2}$; chcę wiedzieć wiele trzeba będzie dać za łokci 6 y $\frac{3}{4}$; to ieſt za 6 łokci y trzy ćwierci? Liczba ſzukana: złot: $16 + \frac{7}{8}$.

$$1. \quad 2 + \tfrac{1}{2} \; : : \; 6 + \tfrac{3}{4} \, . \, .$$

$$\tfrac{1}{1} . \quad \tfrac{5}{2} \; : : \; \tfrac{27}{4} . \quad 16 + \tfrac{7}{8} .$$

Ten przykład y inſze podobne odprawuie ſię przez ſamę multyplikacyą, bo iedno na pierwſzym mieyſcu nigdy nie dzieli.

Przykład II. Kaſper przez półtrzeci godziny ubiegł mil $4 + \frac{1}{4}$; pytam wiele ubiec powinien za godzin $9 + \frac{1}{2}$? Liczba ſzukana: $16 + \frac{6}{40}$. albo $\frac{3}{20}$.

$$2 + \tfrac{1}{2} . \quad 4 + \tfrac{1}{4} \; : : \; 9 + \tfrac{1}{2} \, . \, . \, .$$

$$\tfrac{5}{2} . \quad \tfrac{17}{4} \; : : \; \tfrac{19}{2} . \quad 16 + \tfrac{6}{40} \, . \, . \, . \; (h)$$

17. Jakie ieſt tey reguły proſtey proporcyi ſkrocenie?

Jeżeli z ſamego ſpoyrzenia poſtrzegam, że termin pierwſzy y trzeci, albo termin pierwſzy y drugi, przez iaką liczbę dzielić ſię mogą

---

[h] Ktoby frakcyi nieumiał, niechay gatunki wyższe zbiia na niższe, dopiero niech czyni robotę; po ktorey skończoney, niech znowu gatunki niższe obraca na wyższe. N. p. w przykładzie I. 1 łokieć obracam na 4 ćwierci, 2 złote y groszy 15 obracam na gr: 75. Łokci 6 y trzy ćwierci obracam na ćwierci 27. Teraz układam proporcyą: 4. 75 : : 27. . .

mogą ſpełna, dzielę ie przez owę liczbę, a wielorazy na mieyſcach dzielonych terminow kładę. Podobnie ieżeli w wſpomnionych terminach znayduią ſię cyfry, zmazać ie mogę, wſzędzie iednak rowność zachowuiąc. Potym dopiero czynię robotę. Łatwiey mi zaś rozmnażać y dzielić liczby małe iak wielkie.

Przykład I. Pytam ſię wiele mam dać za 12 łokci ſukna, ktorego łokci 2 koſztuią złotych 14? Ułożywſzy terminy, widzę że pierwſzy y trzeci termin dzielić ſię ſpełna może przez 2. Dzielę ie więc przez 2, a wielorazy na tych mieyſcach kładę. Oto robota:

	Łok:	złot:	Łok:	
Dzieln: 2.)	2.	14 : :	12.	
)	1.	14 : :	6.	84.

Przykład II. Sto korcy pſzenicy przedaią po złot: 1000; chcę wiedzieć ile 4 korce będą koſztowały? W tym przykładzie w pierwſzym y drugim terminie po dwie cyfry odcinam, y bez dywizyi wypada mi termin czwarty 40.

1|00. 10|00 : : 4. 40.

Przykład III. Biorącemu w prowizyi ſześć od ſta; pytam ile ſię należy od 38000?

1|00, 6 : : 380|00. 2280.

18. Jaki ieſt ſpoſob na doświadczenie dobrze odprawioney reguły proporcyi proſtey?

Ten niezawodny: ieśli produkt z liczb śrzednich ieſt rowny produktowi z liczb oſtatnich, to reguła dobrze uczyniona; ieśli nie rowny, trzeba ią ponowić. Tak n. p. w przed oſtatnim przykładzie, produkt z 100 X 40, rowny ieſt produktowi z 1000 X 4 = 4000. Ta proba zaſadza ſię na Lem: I.

§. 3.

§. 3.

O regule proporcyi ſkładaney porządney.

19. CO ieſt reguła proporcyi ſkładana?
Jeſt ta, w ktorey procz trzech terminow pryncypalnych, znayduią ſię inſze pośrzednicze, znaczące czas, zyſk albo ſtratę, y tym podobne okoliczności, a w ktorey ſzuka ſię ieden termin nieznaiomy.

20. Jak ſię w tey regule ſkładaney terminy układaią?

Terminy pryncypalne rozmnażaią ſię przez pośrzednicze, czyli mniey pryncypalne, tak żeby ze wſzyſtkich terminow, trzy tylko terminy pryncypalne do operacyi wypadły. Potym czyni ſię operacya iak w regule proſtey proporcyi. Przykłady naſtępuiące rzecz tę lepiey obiaśnią.

Przykład 1. Pan ieden trzem ſługom za 1 kwartał dawał płaty złotych 200, chce wiedzieć, ſługom 6 za 4 kwartały wiele przypadnie?

W tym przykładzie liczby znaczące ſług y pieniądze, ſą terminy pryncypalne, liczby zaś znaczące kwartały ſą pośrzednicze. Układaią ſię więc tak:

3 X 1. 200 : : 6 X 4.

Albo tak: 3. 200 : : 6
1 4.

Multyplikuię teraz 6 przez 4, mam: 24; potym 3 przez 1, mam: 3, y proporcya tak ſtoi:

3. 200 : : 24. . .

Maiąc iuż trzy tylko terminy proporcyonalne, rozmnażam drugi przez trzeci, a produkt

dzielę

dzielę przez pierwſzy, y wypada mi liczba ſzukana: 1600 na czwarty termin.

Przykład II. Tysiącem złotych przez 2 lecie zarobił Kupiec złotych 300; ſtem złotych przez lat 10 wiele może zarobić?

	1000.	300::	100.	
Lata	2	.	10 Lata	
	2|000.	300::	1|000.	150.

Przykład III. Od 2000 złotych z prowizyą czterech od ſta, płaci ſię corocznie złot: 80; od 12000 z prowizyą ſześciu od ſta, wiele płacić przypadnie?

	2000 X 4.	80::	12000 X 6.	
8 Dziel:)	8|000 .	80::	72|000.	
	1 .	10::	72.	720.

W tym przykładzie dla uniknienia multyplikacyi dzielę terminy multyplikowane pierwſzy y drugi przez 8, a cyfry odcinam, y ginie mułtyplikacya y dywizya.

21. Jak inaczey tę regułę ſkładaną odprawić można?

Powtarzaiąc dwa razy regułę proporcyi proſtą, przeto iż reguła ſkładana dwa zadania poſpolicie w ſobie zamyka. Nayprzod tedy pominąwſzy terminy pośrzednicze, a ſame trzy terminy pryncypalne w proporcyą ułożywſzy, ſzukam terminu czwartego; w drugiey proporcyi kładą ſię po bokach terminy pośrzednicze, a we śrzodku ich, dopiero wynaleziony czwarty termin proporcyonalny.

Przykład I. Student ieden od ſtancyi płaci Goſpodarzowi za kwartał złotych 9; pytam Studentow 6 za trzy kwartały wiele zapłacić powinni? Układam pierwſzą proporcyą:

Stud: złot: Stud: złot:

1. 9:: 6. 54.

Z pierwſzey operacyi wypada czwarty termin 54. Układam teraz drugą proporcyą, mowiąc: za ieden kwartał przypada złotych 54, ile przypadnie za 3 kwartały? wypada 162.

1. 54:: 3. 162.

Przykład 11. Na płacą dla 10 żołnierzy przez miesiąc ieden wychodzi złot: 579; chcę wiedzieć wiele wynidzie dla żołnierzy 500 przez miesięcy 12? Przypadnie: 347,400.

Wolno tedy będzie każdemu zażywać ſpoſobu, ktory ſię ſpodoba, pierwſzy atoli zdaie ſię krotſzy y łatwieyſzy.

22. Co ieſzcze o tey regule ſkładaney wiedzieć potrzeba?

To ieſzcze wiedzieć potrzeba, iż w tę regułę czaſem wchodzi pięć, czaſem y więcey terminow, ktore ſię w iednę proporcyą zbiiaią, multyplikuiąc pryncypalne przez pośrzednicze, albo kilka razy powtarzaiąc regułę proſtey proporcyi, ſpoſobem dopiero opiſanym.

Przykład. Kupiec pewny handluiąc 500 czerwonemi złotemi lat 4, zyſkał czerw: złotych 300; pytam ſię Kupcow 4 handluiąc czerwonemi złotemi 1740 lat 6 ileby zyſkali?

W tym przykładzie terminy pryncypalne ſą te trzy: Kupiec ieden zyſkuie czerw: złotych 300, ile zyſkuią 4? Układam więc proporcyą, terminy pośrzednicze pod albo przy pryncypalnych kładąc:

	1.	300 ::	4.
Czer: zł:	500	. .	1740
Lata	4	. .	6 Lata.

Albo: 1X500X4. 300:: 4X1740X6.

Po

Po uczynioney multyplikacyi y dywizyi wſpomnionych terminow, wypada czwarty termin: 6264.

23. Jaka ieſt proba tey reguły ſkładaney?

Taż ſama co y reguły proporcyi proſtey porządney, iako wyżey.

§. 4.

O regule proporcyi wſpak obroconey.

24. CO ieſt reguła proporcyi wſpak obrocona proſta (*Simplex inverſa?*)

Jeſt ta, w ktorey termin pierwſzy tak ſię ma do trzeciego, iak termin czwarty do drugiego. N. p. 12. 4 : : 6. 8. y ktora podaie ſpoſob do wynalezienia czwartego terminu nieznaiomego. W regule albowiem proporcyi porządney powiedzieliśmy, że termin pierwſzy tak ſię ma do drugiego, iak trzeci do czwartego. Y im pierwſzy termin od trzeciego ieſt większy, tym termin drugi od czwartego więkſzy bydź powinien, y przeciwnie. W tey zaś regule inaczey rzecz ſię ma, iak zaraz pokaże ſię. Ponieważ zaś naywięcey w tym trudności zachodzi, iak poznać, kiedy tey reguły użyć trzeba, zaraz na to podaię ſpoſob:

25. Jak tedy poznać można kiedy reguła proporcyi ieſt wſpak obrocona?

Jle razy z ſamey natury zadanego pytania wypada, że im więkſzy ieſt termin pierwſzy od trzeciego, tym czwarty ma bydź więkſzy od drugiego; lub im mnieyſzy ieſt termin pierwſzy od trzeciego, tym czwarty ma bydź mnieyſzy od drugiego; albo biorąc od śrzodka: ile razy wypada, iż im więkſzy ieſt termin trzeci od pierwſzego, tym mnieyſzy wy-

paść powinien czwarty od drugiego, y przeciwnie; w takowym razie zawſze reguły proporcyi wſpak obroconey używać trzeba.

Jeſt ieſzcze y ten rozeznania wſpak obroconey proporcyi ſpoſob: kiedy procz terminow proporcyonalnych zachodzi iaka rzecz od terminow rożniąca ſię, y w operacyą niewchodząca. Jaka w pierwſzym przykładzie niżey położonym zachodzi pewna ſumma pieniężna, w drugim pole do zorania dane, w trzecim budynek do wyſtawienia dany.

26. Jak ſię ta reguła wſpak obrocona odprawuie?

Termin pierwſzy rozmnaża ſię przez drugi, a produkt dzieli ſię przez trzeci. Za wieloraz wypadnie termin czwarty proporcyonalny, ktory tak ſię będzie miał do terminu drugiego, iak ſię ma pierwſzy do trzeciego. Ta robota zaſadza ſię na Lem: II.

Przykład 1. Kawalerow 10 pewną ſummą pieniężną przez 4 lata wygodnie żyć mogą; pytam Kawalerow 5 tąż ſummą iak długo obchodzić ſię powinni?

10. 4 : : 5. . .

W tym przykładzie z ſamey natury zadanego pytania poſtrzegam, iż 5 Kawalerow daleko dłużey tąż ſamą ſummą obchodzić ſię powinni, a niżeli 10 Kawalerow. Ponieważ tedy tym więkſzy powinien wypaść termin czwarty od drugiego, im więkſzy pierwſzy od trzeciego, ten przykład przez regułę proporcyi wſpak obroconą rozwięzywać powinienem. Zaczym rozmnażam 10 przez 4, mam 40; ten produkt dzielę przez termin trzeci: 5, y mam termin czwarty: 8.

10. 4 : : 5. 8.

Więc 5 Kawalerow przez ośm lat ową ſummą wiktować ſię powinni.

Przykład II. Sześcią pługami pewne pole zorywano Goſpodarzowi za dni 20; pytam ſię dzieſięcią pługami iak prędko toż pole zorane bydź może? Wypada czwarty termin: 12.

6. 20 :: 10. 12.

Przykład III. Robotnikow 16 poſtawili budynek pewny za dni 60; chcę wiedzieć robotnikow 24 iak prędko ten budynek, lub inny podobny byliby wyſtawili? Wypada czwarty termin: 40.

16. 60 :: 24. 40.

Przykład IV. W pewney fortecy obleżoney, 1500 żołnierzom wyſtarczy prowiantow na 3 miesiące; chcę wiedzieć też prowianty przez 6 miesięcy na wielu żołnierzy wyſtarczyć mogą? Wypada czwarty termin: 750.

3. 1500 :: 6. 750.

Przykład V. W pewnym zgromadzeniu na 8 oſob beczka piwa w 9 dni wychodzi; pytam oſob 12 iak prędko tęż beczkę piwa wyproźnią? Wypada czwarty termin: 6.

8. 9 :: 12. 6.

27. Jakie tey reguły bydź może ſkrocenie?

Naſtępuiące: dzieląc przez iaką liczbę na pamięć wynalezioną termin pierwſzy, y trzeci, albo drugi y trzeci, tak aby ſię nic nie zoſtało, a wielorazy na ich mieyſcu kładąc. Tak w oſtatnim przykładzie dzieląc drugi termin 9 przez 3, wypada 3, a trzeci 12 także przez 3, wypada 4. Mam proporcyą nową: 8. 3 :: 4. Jeſzcze pierwſzy termin y trzeci dzielę przez 4, wypadaią te terminy naſtępuiące: 2. 3 :: 1. Teraz z małą pracą wypada mi czwarty termin 6, tenże ſam co y wyżey.

28. Jak ſię ta reguła doświadcza?

Multyplikuiąc termin pierwſzy przez drugi, a termin trzeci przez czwarty. Jeżeli odydwa produkta będą rowne, operacya dobrze uczyniona; iak w przykładach położonych widzieć można.

29. Jak wſpak obroconą regułę można obrocić na regułę proporcyi porządney?

Kładąc termin, do ktorego przyłączone ieſt zadanie, na mieyſcu pierwſzym, a termin iednego z nim gatunku na mieyſcu drugim, a trzeci zoſtaiący ſię na mieyſcu trzecim. Tak w oſtatnim przykładzie 12 oſob tak ſię maią do 8, iak dni 9 do dni 6.

12. 8 : : 9. 6.
9

12 | 72 | 6.,

Toż ſamo w inſzych przykładach czyń, gdy ie chceſz na regułę proſtey proporcyi obrocić.

§. 5.

O regule proporcyi ſkładaney wſpak obroconey.

30. CO ieſt reguła proporcyi ſkładana wſpak obrocona?

Jeſt ta, w ktorey y proporcya wſpak obrocona, y procz terminow pryncypalnych inſze pośrzednicze zachodzą, a ſzuka ſię ieden nieznaiomy.

31. Jak ſię w niey terminy układaią?

Pryncypalne kładą ſię w rzędzie wyżſzym, a mniey pryncypalne czyli pośrzednicze w niżſzym; ten zaś, ktoremu ſię proporcyonalny ſzuka, y iednegoż z nim gatunku, kładzie ſię we śrzodku.

Przy-

Przykład 1. Fabryka iedna tabaczna przez rok 1 czyni pożytku złot: 20000; Fabryk 6 pożytku 140000 złot: za wiele lat uczynią?

W tym przykładzie terminy pryncypalne są te: Fabryka 1, rok 1, Fabryk 6; mniey pryncypalne złotych 20000, y złot: 140000. Tę więc terminy tak układam:

Fabr:		Fabr:
1.	Lata.	6.
	1.	
Złot: 20000		140000 Złot:

32. Ułożywszy terminy, iak się ta reguła odprawuie?

Dla lepszego poięcia y łatwieyszey operacyi, trzy przypadki tey reguły położemy: bo albo same terminy wyższe będą miały proporcyą wspak obroconą, albo same niższe, albo też y wyższe y niższe będą proporcyi wspak obroconey.

33. Co w pierwszym y drugim przypadku czynić potrzeba?

Kiedy albo same wyższe, albo same niższe terminy będą miały proporcyą wspak obroconą, roztrząsaiąc każde z osobna (sposobem wyżey podanym) to iest osobno wyższe, y znowu osobno niższe rozbieraiąc, w takowych przypadkach trzeba multyplikować terminy na krzyż, produkt zaś z prawego terminu wspak obroconego wprowadzonego w lewy porządny, kłaść potrzeba na pierwszym mieyscu za Dzielnika, a produkt z lewego wspak obroconego y prawego porządnego, na mieyscu trzecim, śrzedni termin na swoim mieyscu niech się zostanie. A tym samym zadanie w regułę prostey porządney propor-

cyi

cyi obroci ſię, ktorą ſpoſobem wyżey opiſanym odprawiwſzy, wypadnie czwarty termin nieznaiomy ſzukany. Przykłady zaraz to obiaśnią.

34. Co w trzecim przypadku czynić należy?

Jeżeli po roztrząsnieniu terminow poznaię, że y wyżſze y niżſze terminy ſą wſpak obrocone, w ten czas prawe obydwa terminy wyżſzy y niżſzy multyplikuię, a produkt kładę na mieyſcu pierwſzym za Dzielnika; lewe także terminy między ſobą rozmnażam, a produkt kładę na mieyſcu trzecim, śrzedni termin na ſwoim mieyſcu zoſtaie ſię, a tak będzie reguła proporcyi proſta porządna.

Przykład 1. Co wyżey o Fabrykach, w ktorym terminy wyżſze wſpak obrocone:

1. 6 wſpak obrocone.

1.

20000. 140000

Ułożywſzy terminy, roztrząſam, ieżeli wyżſze terminy, nie tykaiąc dolnych, ſą wſpak obrocone, w ten ſpoſob: iedna Fabryka za rok 1 przynoſi pewną ſummę pieniędzy; Fabryk 6 iak prędko tęż ſamę ſummę przynieſą? Rozum ſam pokazuie, iż prędzey tęż ſummę przynioſą, iak za rok, więc w gornych terminach proporcya ieſt wſpak obrocona; bo im mnieyſzy ieſt termin pierwſzy od trzeciego, tym czwarty mnieyſzy od drugiego wyniść powinien. Potym idę do terminow dolnych, y mowię: Fabryka wſpomniona 20000 złot: za rok 1 przynoſi, 140000 złot: za wiele lat przynieſie? Poznaię, że więcey lat na to potrzeba; a więc ta proporcya ieſt porządna: bo im trzeci termin ieſt większy od pier-

wſzego,

wſzego, tym czwarty więkſzy bydź powinien od drugiego.

Ponieważ tedy terminy wyżſze ſą wſpak obrocone, a niżſze porządne, operacyą czynię według nauki o przypadku pierwſzym y drugim daney; to ieſt: multyplikuię termin prawy wſpak obrocony 6 przez lewy porządny 20000, mam produkt na termin pierwſzy; potym multyplikuię lewy wſpak obrocony 1 przez prawy porządny 140000, a produkt kładę na mieyſcu trzecim, śrzedni zaś termin 1, piſzę we śrzodku, tak: 120000. 1 :: 140000; wypadnie czwarty termin ſzukany: $1\frac{1}{6}$. Jeżeli więc iedna Fabryka przynoſi złot: 20000 za 1 rok, Fabryk 6 złot: 140000 przynoſzą za rok 1 y $\frac{2}{12}$ czyli 2 miesiące.

Przykład II. Jeżeli na 3 konie, 36 miarek owſa wychodzi przez 6 dni; pytam na koni 9 miarek owſa 180 na wiele dni wyſtanie? Układam terminy:

3.		9	
	6.		
36.		180	324. 6 :: 540. 10.

Po odprawioney operacyi, wypada, iż tylko na 10 dni dla 9 koni ow owies wyſtanie.

Przykład III. Jeżeli 1000 żołnierzy biorą żołdu złot: 5000 za 5 miesięcy, pytam żołnierzy 12000, ſummą pieniężną złot: 100000 iak długo żywić ſię mogą?

1000		12000.	
	5.		
5000.		100000.	6. 5 :: 10. $8\frac{1}{3}$.

Wypada liczba ſzukana $8\frac{1}{3}$, to ieſt, iż owa ſumma wyſtarczy im na miesięcy 8 y dni 10.

Przykład IV. Zboża pewnego 16 ſtay we 4

dni

dni Zeńcow 10 zżąć mogą; pytam ſtay 30 takowegoż zboża Zeńcow 12 w wielu dniach zeżną? Układam terminy tak:

16. 30. porządne.

4 : :

10. 12. wſpak obrocone.

192. 4 : : 300.

Operacyą odprawiwſzy, wypada 6 dni y 6 godzin; to ieſt ſtay zboża 30 żeńcow 12 za 6 dni y 6 godzin zżąć powinni.

Przykład v. Jeżeli 90 korcy żyta mielą ſię iednym kamieniem w siedmiu dniach; pytam 120 korcy na 3 kamienie w wielu dniach zmielone będą? Terminy ſtać będą tak:

90. 120. porządne.

7 : :

1. 3. wſpak obrocone.

270. 7 : : 120. $3 \frac{3}{27}$.

Zmielą ſię tedy we 3 dniach y $\frac{3}{27}$ iednego dnia; czyli we 3 dni, w 2 godz: w 2 kwadr: y w 10 minut.

Przykład vi. Na trzeci przypadek.

Piotr pożycza u Jana Talerow bitych 100, na lat 6, obiecuiąc prowizyi 10 od ſta; Temuż ſamemu Piotrowi w potrzebie zoſtaiącemu pożycza Paweł Taler: bit: 750, 8 tylko od ſta ſobie wymawiaiąc, ale pod tą kondycyą, ażeby Piotr poty tylko kapitałem iego mogł handlować, poki prowizya iego niewyrowna procentu ſześcioletniego Jana; pytam iak długo kapitał Pawła Piotr u ſiebie trzymać może? Układam liczby, czyli terminy tak:

Kap:

Kap: Jana 100. Lata. 750. Kap: Pawła.
6 : :
Prowiz: 10. 8. Prowizya.

6000. 6 : : 1000. 1.

Ułożywſzy terminy, roztrząſam ie, mowiąc: 100 Taler: bit: aby pewną ſummę przynioſły, powinny bydź na prowizyi lat 6. Taler: bit: 750, ażeby tęż ſamę korzyść uczyniły, na wiele lat maią bydź pożyczone? Widzę, iż na krotſzy czas pożyczone bydź maią; a zatym terminy wyżſze ſą wſpak obrocone. Potym idę do niżſzych terminow, y pytam: 10 od ſta biorąc, powroci do ſwego Pana kapitał w lat 6 z pewną korzyścią, wyſtarczyli tenże ſam czaſu przeciąg, ażeby tenże kapitał z kondycyą ośmiu tylko od ſta płacenia pożyczony, korzyść pierwſzey rowną przynioſł? Widzę znowu, iż to bydź nie może, ale ten kapitał na więcey lat ma bydź pożyczony. Więc y niżſze terminy ſą wſpak obrocone. To rozeznawſzy czynię operacyą ſpoſobem o trzecim przypadku podanym, y dochodzę, iż przez 1 tylko rok ſummę Pawła Piotr trzymać u ſiebie może, y nią robić. Prowizya bowiem Pawła 60 Taler: bit: ktorą za rok ieden bierze, wyrownywa prowizyą ſześciu lat Jana, to ieſt także 60 taler: bitych. Gdyż ieżeli za rok: 100 daią 8 : : 750: dadzą 60, y wzaiemnie ieżeli 1 rok od 100 daie 10, to lat 6. dadzą 60.

Ta ieſt cała nauka o regule wſpak obroconey ſkładaney. (i)

35. Co

[i] Ta ostatnia reguła proporcyi wspak obroconey składaney, ponieważ zaczynaiącym przytrudna w ro-

35. Co ieſzcze w regułach proporcyi względem frakcyi uważać trzeba, dla krotſzey y łatwieyſzey operacyi?

To ieſzcze uważać można oſobliwie w regule proporcyi proſtey: I. Jeżeli frakcya pierwſzemu tylko terminowi ieſt przyległa. N. p. $12\frac{1}{2}$. 4 : : 20.. multyplikuię przez Mianownika 2 tak pierwſzy iako y trzeci termin, y wypadną mi trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi, 25. 4 : : 40.. II. Jeżeli frakcya będzie przyległa drugiemu tylko terminowi, n. p. 5. $16\frac{1}{3}$: : 10. multyplikuię przez tegoż Mianownika 3 termin pierwſzy y drugi, y będę miał trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi: 15. 49 : : 10.. III. Jeżeli frakcye z iednakowym Mianownikiem przyległe będą pierwſzemu y trzeciemu terminowi. N. p. $3\frac{2}{5}$. 20 : : $10\frac{3}{5}$. obydwa te terminy zmultyplikowawſzy przez powſzechnego Mianownika 5, mam regułę bez frakcyi: 17. 20 : : 53. IV. Jeżeli nakoniec terminy ſobie korreſponduiące, wyrażone będą ſamemi frakcyami z iednakowym Mianownikiem, n. p. $\frac{2}{3}$, 10 : : $\frac{1}{3}$.. zmazawſzy Mianowniki, wypadną mi terminy proporcyonalne: 2. 10 : : 1. Jeżeli zaś Mianowniki rożne będą, ſprowadzam owe frakcye do iednego Mianownika, ktorego potym zmazawſzy, będę miał trzy terminy proporcyonalne bez frakcyi; n. p. $\frac{1}{2}$. 5 : : $\frac{2}{3}$. te frakcye do iednego Mianownika ſprowadziwſzy, mam: $\frac{3}{6}$. 5 : : $\frac{4}{6}$. teraz zmaza-

wſzy

---

zeznawaniu y zawikłana zdawać się może, zaczym na dwie reguły proporcyi prostey można ią będzie obrocić, dwa pytania z iednego zadania czyniąc, albo też y cale opuścić wolno będzie. Jakoż wielu Arytmetykow o niey ani wzmiankuią.

wſzy powſzechnego Mianownika, będę miał regułę proporcyi bez frakcyi: 3. 5 : : 4..

Na to tylko mocno pomnieć potrzeba, iż ile razy ieden termin wchodzący w multyplikacyą ſkraca ſię, albo pomnaża przez iaką liczbę, tylę razy, aby inſzy do dywizyi należący był ſkrocony, lub pomnożony przez też ſamę liczbę. To ieſt w regule porządney proporcyi, może bydź ſkrocony przez iaką liczbę trzeci y pierwſzy, albo drugi y pierwſzy. A w regule proporcyi wſpak obroconey pierwſzy y trzeci, albo drugi y trzeci. Przyczynę tych odmian każdy łatwo pozna, ktokolwiek naukę o liczbach łamanych, a potym o proporcyi w powſzechności, dobrze poiął, y zrozumiał. (k)

§. 6.

O regule Towarzyſtwa.

36. CO ieſt reguła Towarzyſtwa czyli *Societatis?*

Jeſt ta, ktora podaie ſpoſob do podzielenia liczby iakiey na kilka części proporcyonalnych, iak ſię z przykładow pokaże.

37. Dla czego nazywa ſię Towarzyſtwa albo ſpołki?

Dla tego, iż naywięcey zażywana bywa od Kupcow, ktorzy ſpołeczeńſtwo handlow lub intrat, między ſobą prowadzą, y utrzymuią.

38. Jak ſię odprawuie reguła Towarzyſtwa?

Odpra-

---

[k] To także ostatnie pytanie położyło się iedynie dla krotszey operacyi reguły proporcyi; więc ktoby się powszechnego sposobu multyplikacyi y dywizyi liczb łamanych trzymać chciał, wolno mu będzie to pytanie opuścić.

Odprawuie ſię: powtarzaiąc tyle razy regułę trzech proſtą, na wiele części proporcyonalnych liczbę zadaną dzielić potrzeba. Terminy zaś układaią ſię tak: Nayprzod ſummy pryncypalne, czyli kapitały zbieram w iednę ſummę, y kładę to za termin pierwſzy. Za termin drugi kładę zyſk powſzechny albo ſtratę; za trzeci termin kładę ſummę pryncypalną każdego z oſobna Kupca. Za czwarty termin przy każdey operacyi, wypadnie zyſk parcyalny proporcyonalny kapitałowi przez każdego z Kupcow złożonemu.

Przykład I. Trzech Kupcow zawarłſzy z ſobą towarzyſtwo handlowne, dali na zyſk ſpolny, każdy z ſwoiey ſtrony, naſtępuiące ſummy: Pierwſzy A. łożył złot: 500. Drugi B. łożył złot: 400. Trzeci C. łożył złot: 300. Handluiąc rok cały temi pieniędźmi, zarobili tylko złotych 800. Pytam ile każdemu z tego zyſku proporcyonalnie do ſwego kapitału przypadnie?

Robota. Zbieram wſzyſtkie kapitały tych trzech Kupcow w iednę ſummę, to ieſt: 500 + 400 + 300; y mam za pierwſzy termin: 1200; za drugi kładę zyſk generalny; za trzeci każdego Kupca z oſobna kapitał, y czynię regułę trzech. Oto wizerunek:

Kap. gen.	zyſk gen.	kap. parc.	zyſk parc.
1200.	800 ::	500. A.	$333\frac{1}{3}$ czyli gr. 10
1200.	800 ::	400. B.	$266\frac{2}{3}$ czyli gr. 20
1200.	800 ::	300. C.	200.
			Zyſk gen. 800.

Przykład II. Piotr, Ján y Paweł razem handluiąc towarami, zarobili ogułem talerow bit:

500.

500. Pierwſzy zaś z nich łożył na towary talerow bitych 100. Drugi talerow bit: 200. Trzeci talerow bitych 350. Dzielą ſię owym zarobkiem; pytam, ile ſię każdemu doſtanie proporcyonalnie do złożoney ſummy?

Znoſzę ſummy parcyalne w iednę ſummę, y kładę ią na mieyſcu pierwſzym &c: iak wyżey.

650.	500::	100.	76 $\frac{60}{65}$	Piotr
650.	500::	200.	153 $\frac{55}{65}$	Jan
650.	500::	350.	269 $\frac{15}{65}$	Paweł.
			500.	

Przykład III. Dwoch Jubilerow, z ktorych ieden łożył na dyamenty 2000 Czerw: złot: Drugi 3400 Czerw: złotych, tracą na handlu ſwoim: 1300 Czer. złotych; pytam iaka ſzkoda każdego ſummie ma bydź proporcyonalna?

5400.	1300::	2000.	481 $\frac{26}{54}$.	I.
5400.	1300::	3400.	818 $\frac{28}{54}$.	II.

Przykład IV. Trzech Kupcow nakupiwſzy towarow w Jndyach, nazad powracali. Pierwſzego towar koſztował Czerw: złot: 300. Drugiego Czerw: złot: 500. Trzeciego Czer: złot: 180. Tym czaſem wielka na morzu nawałność powſtała, y owi Kupcy przymuſzeni byli wyrzucić w morze cięższe ſwoie towary, ktore koſztowały 400 Czer: zł. Pytam teraz, ile każdy na tym ſzkodować będzie proporcyonalnie do łożonych na towary pieniędzy?

Strata.

980.	400::	300.	122 $\frac{44}{98}$.	I.
980.	400::	500.	204 $\frac{8}{98}$.	II.
980.	400::	180.	73 $\frac{46}{98}$.	III.
			400 Czer: zł:	

Przy-

Przykład v. Trzech Kupcow chcą dzielić między siebie złotych 158, pod tą kondycyą, aby pierwszy wziął $\frac{1}{2}$ połowę. Drugi $\frac{1}{3}$ część trzecią. Trzeci $\frac{1}{6}$ część szostą; pytam, ile się każdemu dostanie?

$\frac{6}{6}$ albo. 1.	158::	$\frac{1}{2}$.	79	I.
$\frac{6}{6}$ albo. 1.	158::	$\frac{1}{3}$.	52 $\frac{2}{3}$	II.
$\frac{6}{6}$ albo. 1.	158::	$\frac{1}{6}$.	26 $\frac{2}{6}$	III.
			158.	

Przykład VI. Czterech Kupcow wspolnie handluiąc, zyskali na pewnym iarmarku 6000 Czerw: złotych. Pierwszy zaś z nich dał tylko na towar 60 Czer: zł: Drugi 100. Trzeci 120. Czwarty 200 Cz: zł. Chcą wiedzieć, ile się każdemu z tego zysku dostanie, maiąc wzgląd na kapitały złożone?

480.	6000::	60.	750.	I.
480.	6000::	100.	1250.	II.
480.	6000::	120.	1500.	III.
480.	6000::	200.	2500.	IV.
			6000.	

Przykład VII. Trzech Braci zakupuią wspolnie maiętność czyniącą roczney intraty 70000 zł. Pierwszy A. dał na nię 240000. Drugi B. 300000. Trzeci C. 360000; chcę wiedzieć, ile roczney intraty każdemu z nich z Dobr owych przypadnie?

Wszystkie parcyalne kapitały razem zebrawszy mam:

900000.	70000::	240000.	18666 + $\frac{6}{9}$.	I.
900000.	70000::	300000.	23333 + $\frac{3}{9}$.	II.
900000.	70000::	360000.	28000.	III.
			70000.	

Przy-

Przykład VIII. Dłużnik pewny ma czterech kredytorow, z ktorych pierwſzemu winien zł: 90. Drugiemu 110. Trzeciemu 80. Czwartemu 50. Tym czaſem zbankretowawſzy ucieka (albo nagle umiera) kredytorowie więc iego dobra opanowali, y przedawſzy ie, wzięli tylko zł: 150. Pytam ile każdy kredytor z tey ſummy proporcyonalnie do długu ſwego weźmie?

330.	150::	90.	$40 \frac{30}{33}$	I.
330.	150::	110.	50..	II.
330.	150::	80.	$36 \frac{12}{33}$	III.
330.	150::	50.	$22 \frac{24}{33}$	IV.
			150.	

39. Co na ten czas czynić potrzeba, gdy do pieniędzy złożonych będą przydane iakie okoliczności, n. p. czaſu pewnego?

Jle razy ſię przytrafi, iż do kapitałow złożonych będą przydane okoliczności czaſu, przez ktory niemi handlowano, w ten czas, tak iak w regule proporcyi ſkładaney, potrzeba wprzod kapitały przez ſwoy czas rozmnożyć, a potym czynić operacyą iak wyżey.

Przykład I. Trzech Kupcow wſpolny handel prowadzą. Pierwſzy z nich złożył Czerw: złot: 200 od lat 3. Drugi złożył 320, lecz od lat 2. Trzeci złożył 500, lecz tylko od roku iednego. Zyſk generalny z tego handlu trzechletniego był: 2000 Czerw: złotych. Pytam ile każdy z tego zyſku wziąść ma?

Robota. Multyplikuię więc każdą ſummę parcyalną przez iey lata:

200 X 3 = 600.
320 X 2 = 640.
500 X 1 = 500.

Zbieram teraz w iedno wſzyſtkie produkta parcyalne, mam 1740, y układam regułę trzech iak wyżey:

1740.	2000::	600.	689 $\frac{114}{174}$.
1740.	2000::	640.	735 $\frac{110}{174}$.
1740.	2000::	500.	574 $\frac{124}{174}$.
			2000.

Przykład II. Trzech Kupcow razem handluiąc, zyſkali 3000 Czer: złot: Pierwſzy z nich złożył na towary 200 Czer: złot: Drugi 450 Czer: złot: Trzeci 500 Czer: złot: Lecz pierwſzy z nich odebrał swoy kapitał za 8 miesięcy. Drugi ſwoy odebrał za 6 miesięcy. Trzeci nakoniec odebrał ſwoie pieniądze za 10 miesięcy. Przychodzi do działu generalnego zyſku. Pytam ile każdy z tego zyſku weźmie, maiąc wzgląd na złożone pieniądze y czas, przez ktory niemi handlowano?

Robota. Multyplikuię terminy pryncypalne przez przypadkowe tak: 200 X 8 miesięcy 450 X 6. 500 X 10. Toż produkta razem zebrawſzy, układam terminy, y czynię regułę proporcyi trzy razy:

930.	3000::	1600.	516 $\frac{12}{93}$	I.
930.	3000::	2700.	870 $\frac{90}{93}$	II.
930.	3000::	5000.	1612 $\frac{84}{93}$	III.
			3000.	

Przykład III. Dwoch Kupcow A y B zawieraią z ſobą przyiaźń na wſpolny handel. A łoży na towary Cz: zł: 200, a po 6 miesiącach znowu daie 50 Cz: zł: B zaś łoży Cz: zł: 400, a po 4 mieſiącach, bierze nazad 100 Cz: zł: Po ſkończonym roku maią zarobku Cz: zł: 600. Pytam iak wiele z tego zyſku każdy wziąść powinien?

W tym

W tym przykładzie pierwſzego Kupca A Cz: zł: 200 multyplikuię przez 6 męsięcy, przez ktory czas niemi handlowano, mam 1200, do tych przydaię Cz: zł: 50, ktore po 6 miesiącach przyłożył, wypada: 1250 Cz: zł: Potym drugiego Kupca B Cz: złot: 400 multyplikuię przez 4 miesiące, wychodzi: 1600; z tych odciągam 100 Czer: złot: ktore odebrał, zoſtaie: 1500 Cz: zł: Teraz te ſummy zbieram, y kładę na pierwſzym mieyſcu &c.

2750. 600:: 1250. 272 $\frac{200}{275}$.
2750. 600:: 1500. 327 $\frac{75}{275}$.

600.

40. Kiedy kapitały Kupcow będą rowne, a czas nierowny, iak krocey tę regułę ſpołki odprawić można?

W takowym przypadku dośyć będzie cząſtki czaſu razem zebrane położyć na pierwſzym mieyscu, na trzecim zaś każdą cząſtkę z oſobna; reſzta iak wyżey.

Przykład 1. Dwoch Kupcow łożyli na towary zł: 40000, każdy po 20000. Ale iednego ſumma była na handlu 12 miesięcy. Drugiego tylko 10 miesięcy. Zyſkali na towarach zł: 1000. Pytam wiele z tego zyſku każdy weźmie?

Robota. Zbieram w iednę ſummę miesięcy 12 y miesięcy 10; będzie 22 miesięcy. Kładę to na mieyſcu pierwſzym, zyſk generalny na drugim, a na trzecim miesiące; przez ktore każdego pieniądze na handlu były, y czynię dwa razy regułę proporcyi tak:

zyſk gen: Mieſ:

22. 1000:: 12. 545 $\frac{10}{22}$. I.
22. 1000:: 10. 454 $\frac{12}{22}$. II.

1000.

 Przy-

Przykład II. Trzech ſług ſłużyli Panu iednemu pewny czaſu przeciąg. Pierwſzy ſłużył lat 8, drugi lat 6, trzeci lat 10. Pan umieraiący, ponieważ im zaſług niewypłacał, zapiſuie im 6000 złot: ażeby te w proporcyi do czaſu ich zaſług, podzielone między nich były. Pytam wiele każdemu Exekutor teſtamentu dać powinien?

Podobnie w tym przykładzie zbieram lata, ktorych tu ieſt: 24, y kładę na mieyſcu pierwſzym; na drugim pieniądze legowane; na trzecim każdego ſługi lata &c.

24.	6000::	8.	2000.	I.
24.	6000::	6.	1500.	II.
24.	6000::	10.	2500.	III.
			6000.	

41. Jakie tey reguły doświadczenie?

Doświadczenie dobrze odprawioney reguły Towarzyſtwa ieſt to: gdy zebrawſzy wſzyſtkie parcyalne zyſki albo ſtraty, poſtrzegam, iż wyrownywaią generalnemu zyſkowi albo ſtracie, iak przy każdym przykładzie widzieć ſię daie.

§. 7.
O regule wiązania.

42. CO ieſt reguła wiązania albo *Alligationis?*

Jeſt ta, ktora mi podaie ſpoſob do wynalezienia ſprawiedliwey ceny iakiey mieſzaniny, albo też do wynalezienia części lub miar, rzeczy zmieſzanych, gdy śrzednia taka dana będzie.

43. Dla czego ſię nazywa wiązania?

Bo w niey rzeczy rożney między ſobą ceny

ny wiążemy, czyli mieſzamy, n. p. rożne trunki, towary, kruſzcze, miary, wagi, albo też taxę śrzednią założywſzy, wiążemy, y ſzukamy części z danych trunkow, albo towarow, aby za owę śrzedną takxę ſprawiedliwie ſprzedać ie można. A zatym dwa tey reguły traſunki bydź mogą.

44. Jak ſię ta reguła odprawuie w pierwſzym traſunku?

Kiedy ceny ſprawiedliwey iakiey mieſzaniny ſzukam, multyplikuię miary czyli części przez dane ceny, y układam regułę proporcyi: Na perwſzym mieyſcu kładę miary, czyli części razem zebrane. Na drugim ſummę generalną wyrażaiącą cenę wſzyſtkiey owey mieſzaniny. Na trzecim iednę miarę, funt, czyli cząſtkę, ktora w pytaniu zadana była. Potym przez termin pierwſzy dzielę drugi, bo trzeci iedno znaczący niemultyplikuie, y wypadnie liczba ſzukana.

Przyhład 1. Ma Kupiec dwoiakiego rodzaiu Tabakę: Maroko funtow 30, a Hollenderki funtow 10. Pierwſzą przedaie po złot: 5. Drugą po złot: 3. Mięſza owe tabaki; pytam poczemu funt owey Tabaki mieſzaney przedawać powinien?

Robota: Multyplikuię nayprzod funtow 30 przez złot: 5; potym funtow 10 przez złot: 3. Dwa te produkta wypadaiące razem zebrawſzy, kładę na mieyſcu drugim, a na pierwſzym ſummę funtow: 30 + 10, to ieſt: 40. Na trzecim zaś funt ieden, ktorego ceny ſzukam. Tym ſpoſobem:

Funty.	Złote.	
30 X	5 =	150.
10 X	3 =	30.
40.		180 : : 1. $4\frac{1}{2}$.

Więc funt Tabaki owey zmieſzaney przedawać ma po puł pięta złotego.

Przykład II. Ma kto dwoiakie żyto; przednieyſzego korcy 15, poślednieyſzego korcy 20. Pierwſzego korzec przedaie po złot: 14. Drugiego po złot: 12. Zmieſzawſzy owo żyto razem, pytam po czemu korzec przedawać powinien?

Toż ſamo co wyżey uczyniwſzy wypadnie liczba ſzukana $12 + \frac{6}{7}$.

15 X 14 =	210.
20 X 12 =	240.
35.	450 : : 1. $12 + \frac{30}{35} = \frac{6}{7}$.

Przykład III. Ma Mincarz troiakiey proby ſrebro; iednego grzywna po złot: 74, drugiego po złotych 65, trzeciego po złot: 58. Pierwſzego ma grzywien 200. Drugiego 180. Trzeciego 90. Troiakie to ſrebro ſtopiwſzy w iednę massę; pytam po czemu iedna grzywna w ten czas przypadnie?

Multyplikacyą, y dywizyą uczyniwſzy, mam liczbę ſzukaną: $67\frac{23}{47}$.

200 X 74 =	14800.
180 X 65 =	11700.
90 X 58 =	5220.
470.	31720 : : 1. $67\frac{23}{47}$.

Przykład IV. Kupiec ma dwoiaki woſk, przednieyſzy y poślednieyſzy; pierwſzego ma funtow 100; funt po złot: 2. gr: 15. Drugie-

go

go ma funtow 60; funt po zł: 2. Robi z tego swiece: knoty y robota koſztuie go złot: 15. Chce na każdym funcie zarobku po gr: 4. Pytam po czemu funt każdy ma przedawać?

Funty.	Złot:	Gr:		Gr:		Groſze.
100 X	2 +	15	czyli X	75	=	7500.
60 X	2		czyli X	60	=	3600.
Złot:	15 =		groſzom:			450.
160.	11550 ::		1.			72 groſzy.

Frakcyą porzucam, a przydaię 4 gr: ktore na każdym funcie chce zyſkać; wypada: 76 gr. Tyle więc za funt każdy ma brać. Procz tego ma y natym zarobek, iż swiece z knotami więcey ważą, y więcey funtow ſkładaią, iak ſam woſk oſobno wzięty.

45. Jak ſię ta reguła doświadcza w pierwſzym razie?

Tak iak reguła proporcyi proſta porządna, to ieſt: produkt liczb śrzednich powinien bydź rowny produktowi liczb ſkraynych. O czym wyżey doſtatecznie mowiliśmy.

46. Jak ſię ta reguła odprawuie w drugim trafunku?

Kiedy pewną taxę założywſzy, rzeczy rożnych gatunkow mieſzać potrzeba, aby mieſzaninę z nich zrobioną, za taxę owę ſprawiedliwie ſprzedać można; w ten czas ceny trunkow, lub towarow (albo iakichkolwiek innych rzeczy) kładę iednę pod drugą; a na lewey ręce piſzę liczbę danych pieniędzy czyli taxę. Potym porownywam cenę większą towaru lub trunku z daną taxą, a przewyżki zachodzące piſzę na prawey ſtronie cen danych. To uczyniwſzy zbieraią ſię do kupy

prze-

przewyżki, y kładą się na pierwszym mieyscu. Na drugim cząstka czyli liczba szukana, to iest ieden garniec, albo funt &c. Na trzecim iedna z przewyższek, y powtarza się tyle razy reguła proporcyi, ile iest cen danych czyli przewyższek. Każdy czwarty termin ukaże mi liczbę szukaną. Oto przykłady:

Przykład 1. Korzennik Szafranu podleyszego funt przedaie po złot: 50, przednieyszego funt po złot: 62. Taxa Szafranu stanęła po złot: 55. Pytam iak ma mieszać obydwa rodzaie Szafranu, aby mogł bez swoiey szkody przedawać funt po złot: 55?

Według przepisaney nauki kładę iednę cenę pod drugą, a taxę 55 kładę na lewey stronie tak:

		Ceny
		50.
Taxa	55	
		62.

To uczyniwszy wiążę, czyli porownywam przez Subtrakcyą cenę mnieyszą z taxą 55, mowiąc: 50 od 55, zostaie się 5; tę przewyżkę piszę na wspak przy 62 po prawey stronie. Potym porownywam drugą cenę, mowiąc: 55 od 62, zostaie się 7; tę przewyżkę kładę po prawey stronie przy 50. Toż dopiero zbieram te przewyżki w iednę summę y układam regułę proporcyi według podaney nauki. Oto wizerunek:

		Ceny	Przewyżki.
		50	7
Taxa	55		
		62	5.
Summa przewyższek:	12.	1 ::	7 $\frac{7}{12}$.
	12.	1 ::	5 $\frac{5}{12}$.

Z podleyſzego tedy Szafranu ma brać na funt $\frac{7}{12}$, a z przednieyſzego po $\frac{5}{12}$; to zebrawſzy będę miał $\frac{12}{12}$, czyli funt cały czego ſzukałem.

Przykład II. U Winiarza znayduią ſię dwa gatunki wina: iednego garniec po złotych 20, drugiego po złot: 15. Jeżeli kto niedaie mu tylko złot: 17, a chce żeby mu podług danych pieniędzy z oboyga win ieden garniec dano; pytam ile Winiarz z pierwſzego, ile z drugiego wina zmieſzać powinien, ażeby kupuiącemu dał garniec wina w ſprawiedliwey do danych pieniędzy proporcyi?

	Ceny win	
	20	2
Taxa 17		
	15	3.
Summa przewyżſzek:		5. 1:: 2 $\frac{2}{5}$.
		5. 1:: 3 $\frac{3}{5}$.

Z pierwſzego tedy wina wziąwſzy dwie części z pięciu, a z drugiego trzy części z pięciu iednego garca, będzie $\frac{5}{5}$ czyli garniec ieden wina takiego, ktorego cena ſprawiedliwa złotych 17.

47. Co ieſzcze o tey regule wiedzieć potrzeba?

Kiedy ſię trafi, iż nie dwoch, ale więcey rzeczy, ceny dane będą, w ten czas trzeba brać zawſze po dwie ceny uſtanowione (z ktorych iedna koniecznie mnieyſza, druga większa nad dane pieniądze, czyli taxę bydź powinna) y wiązać ie ſpoſobem wyżey podanym z danemi pieniądźmi, tak aby każda cena raz przynaymniey wiązana była. Chociaż

zaś

zaś iednę cenę kilka razy wezmieſz na wiązanie iey z drugiemi, to bynaymniey nieſzkodzi, zwłaſzcza w ten czas, kiedy tylko ta iedna cena nad dane pieniądze ieſt więkſza. N. p.

Przykład III. Mincarz ma ſrebro troiakiey proby: piętnaſtey, trzynaſtey y dziewiątey, y chcąc go topić na dwunaſtą ligę, potrzebuie wiedzieć, wiele ma wziąść ktorego ſrebra na grzywnę iednę? Ułożywſzy terminy czynię porownywania naſtępuiącym ſpoſobem:

	15	3.
	13	3.
12	9	1 + 3.

Sum: przewyż:	10. 1::	3.	$\frac{3}{10}$.
	10. 1::	3.	$\frac{3}{10}$.
	10. 1::	4.	$\frac{4}{10}$.

Więc ſrebra z piętnaſtey proby weźmie trzy cząſtki z dzieſięciu; z proby trzynaſtey, także trzy cząſtki z dzieſięciu; z proby dziewiątey cztery cząſtki z dzieſięciu; co wſzyſtko uczyni iednę grzywnę dwunaſtey proby.

Przykład IV. Funt Szafranu przedaie ſię po złot: 30. Cynamonu po złot: 24. Goździkow po złot: 8. Herbaty po złot: 14. Daie kto zł: 25, ażeby mu za nie nic więcey tylko ieden funt tych wſzyſtkich korzeni przedano; pytam, ile z każdego gatunku na ten ieden funt dać powinien Kupiec?

	Ceny	Przewyżki.
Dane pieniądze: 25..	30.	1 + 17 + 11.
	24.	5
	8.	5
	14.	5.

Sum-

Summa przewyżſzek: 44.

44. 1 : : 29. $\frac{29}{44}$.

44. 1 : : 5. - $\frac{5}{44}$.

44. 1 : : 5. - $\frac{5}{44}$.

44. 1 : : 5. - $\frac{5}{44}$.

W tym przykładzie, że tylko iedna cena, to ieſt złot: 30, większa ieſt nad daną cenę złot: 25, inſze zaś trzy ſą od niey mnieyſze, przeto cenę 30 biorę z każdą z oſobna z trzech cen naſtępuiących, y wiążę z danemi 25 złotemi; dla tego ſumma przewyżſzek przy pierwſzey cenie 30 ieſt naywiękſza, to ieſt: 29, ponieważ tę pierwſzą cenę 30 ze wſzyſtkiemi naſtępuiącemi wiązałem. Potym czyni ſię reguła trzech &c.

Frakcye pokazuią wiele części z każdego korzenia brać potrzeba; a razem zebrane czynią funt ieden, iak potrzebowano.

Przykład v. Pewny chcąc Kościołowi dzwon ofiarować, każe nań Rzemieślnikowi z czworakiego kruſzcu przyſpoſobić ſobie materyą. Pierwſzego kruſzcu cetnar, daymy, koſztuie złot: 12. Drugiego zł: 14. Trzeciego zł: 20. Czwartego 30 zł. Chce zaś ażeby ow dzwon ulany ważył funtow 3500. Daie na ſam materyał złot: 560. Pytam teraz, ile Rzemieślink z każdego kruſzcu cetnarow brać powinien, aby woli Fundatora zupełnie doſyć uczynił?

W tym przykładzie nayprzod: 3500 funtow ſprowadzam na cetnary, dzieląc przez 100. Wypadnie cetnarow 35. Potym ſzukam ceny cetnaru iednego z pomieſzanych owych kruſzcow, przez proporcyą w ten ſpoſob: 35 cetnarow koſztować będą złot: 560, wieleż ieden cetnar? Wypadnie złotych 16.

Teraz

Teraz porownywam albo pierwſzą cenę daną z oſtatnią, albo pierwſzą z trzecią, a drugą z czwartą &c. Toż dopiero układam regułę proporcyi. Na pierwſzym mieyſcu kładę ſummę przewyżſzek. Na drugim cetnary 35. z funtow uczynione. Na trzecim po iedney przewyżce. Oto wizerunek:

	12	14.
16 . .	14	4.
	20	2.
	30.	4.

24.	35 : :	14.	$20 \frac{10}{24}$.
24.	35 : :	4.	$5 \frac{20}{24}$.
24.	35 : :	2.	$2 \frac{22}{24}$.
24.	35 : :	4.	$5 \frac{20}{24}$.

Z pierwſzego tedy kruſzcu powinien brać cetnarow $20 + \frac{10}{24}$. Z drugiego cetn: $5 + \frac{20}{24}$. Z trzeciego $2 + \frac{22}{24}$. Z czwartego $5 + \frac{20}{24}$. Co wſzyſtko uczyni cetnarow 35.

Przykład VI. Hiero Krol Syrakuſki dla Bożkow ſwoich kazał Złotnikowi zrobić koronę złotą 100 funtow ważącą. Zrobioney gdy ſię dobrze przypatrzył, poſtrzegł, iż nie była z ſzczerego złota, ale z ſrebrem zmieſzana. Y żeby mogł był dociec, iak wiele ſrebra było przymieſzanego, przyzwał na pomoc Archimedeſa, ktory zaraz Złotnika zdrady doſzedł tym ſpoſobem: wziął bryłę złota teyże ſamey co y korona wagi, y bryłę ſrebra ważącą także 100 funtow. Potym obydwie te bryły, iako y koronę zrobioną, każdą z oſobna wpuścił w naczynie wody pełne, a wytłoczoną wodę od bryły złota, ſrebra y korony zmierzył, y z tych miar, wziąwſzy ich proporcyą,

do-

doſzedł wiele funtow ſrebra do owey korony Złotnik przymieſzał.

Daymy iuż, że bryła złota wyrzuciła wody 20 kwaterek. Korona 24 kwaterek. Bryła ſrebra 36 kwaterek. Pytam, iak wiele ſrebra było do korony przymieſzanego? Układam liczby tym ſpoſobem:

	20	12.
24.		
	36	4.

16. 100 :: 12. 75.
16. 100 :: 4. 25.
100.

Złota więc w owey koronie było funtow 75, a ſrebra przymieſzanego 25 funtow, ktore razem zebrane, czynią 100 funtow, ile korona ważyła.

Niepotrzeba zaś było koniecznie brać bryłę złota y ſrebra, tyle ważącą co y korona, lecz w takowey okoliczności, doſyć ieſt wziąść mnieyſzą bryłę pomienionych kruſzcow, a wziąwſzy proporcyą, doyść można ſzukaney liczby, n. p. Jeden funt złota wyrzuca tyle wody . . funtow 100 wiele wody wyrzucić powinny . . &c. A ztąd podaie ſię łatwy ſpoſob na doyście wiele do iakiego kruſzcu z inſzego od Złotnika bydź może przymieſzanego.

48. Jaka ieſt proba tey reguły w drugim trafunku?

Potrzeba zebrać wſzyſtkie cząſtki rzeczy zmieſzanych: ieżeli rowne ſą całey mieſzaninie, czyli rzeczy w pytaniu wyrażoney, operacya dobrze uczyniona, iak przy każdym przykładzie widzieć ſię daie. Lecz że ta pro-

ba

ba mylna czaſem bydź może dla omyłki w przewyżkach popełnioney, mimo ktorey proba dobrze wypadać zwykła, przeto lepiey będzie doświadczyć, ieżeli ceny wſzyſtkich cząſtek, z ktorych ſię cała mieſzanina ſkłada, wyrownywaią cenę czyli taxę całey mieſzaniny. N. p. w II. przykładzie: ieden garniec koſztuie 20 złot: wiele $\frac{2}{5}$? wypadnie złot: 8. Y znowu: ieden garniec koſztuie złotych 15, wiele $\frac{3}{5}$? wypadnie 9. Teraz 8 a 9, uczyni 17, iak założono. (l)

§. 8.

O regule domniemania albo założenia.

49. CO ieſt reguła fałſzywego założenia, *Regula Poſitionis vel Falſi?*

Jeſt ta, ktora przez założenie liczby fałſzywey, uczy dochodzić liczby rzetelney, ktoraby zadanemu pytaniu zadoſyć uczyniła. Y dla tego zowie ſię fałſzywego założenia, iż z fałſzywey liczby prawdziwey dochodzi.

50. Wieloraka ieſt ta reguła?

Jeſt dwoiaka: Proſtego czyli iednego, y dwoiſtego założenia: *Simplicis & duplicis Poſitionis.*

51. Co ieſt reguła iednego założenia?

Jeſt ta, ktora założeniem iedney liczby na upodobanie, rozwięzuie trudność zadaną. Y o tey teraz mowa, o drugiey niżey.

52. Jak ſię odprawuie reguła proſtego czyli iednego założenia?

Odpa-

---

[l] Nierozszerzam się nad tą regułą, gdyż w pożyciu ludzkim mało y rzadko bywa używana, zwłaszcza drugim sposobku.

Odprawuie ſię naſtępuiącym ſpoſobem: I. Zakładam ſobie liczbę, ktorą zdatną bydź ſądzę na rozwiązanie zadanego pytania, y to ſię zowie założenie (*poſitio.*) II. Miarkuię y roztrząſam, ieżeli liczba założona czyni doſyć zadanemu pytaniu. III. Gdy widzę, iż nieczyni zadoſyć, układam regułę proporcyi, za ktorey pomocą liczby prawdziwey dochodzę. W tey zaś proporcyi pierwſze mieyſce mieć będzie liczba, ktora z fałſzywego założenia wypadła, drugie mieyſce fałſzywe założenie, trzecie nakoniec mieyſce zaſiędzie liczba zadana, czwarty termin wypadły, rzetelną liczbę ukaże. Przykłady naſtępuiące rzecz tę lepiey obiaśnią.

Przykład 1. Kupiec pewny z iarmarku przyſzedłſzy, ſpytany: iak wiele czerwonych złotych przynioſł, odpowiedział: iż pięć razy więcey w domu zoſtawił, niżeli ma przy ſobie, a wſzyſtkich pieniędzy ma 42 Czerw: zł. Pytam iak wiele przynioſł?

Rozwiązanie. Daymy, że miał przy ſobie przyſzedłſzy z iarmarku 1 Cz: zł: więc w domu zoſtawił 5 Cz: zł. Lecz że 1 y 5 Cz: zł: razem zebrane nieczynią 42 Cz: zł: iak zadanie wyciąga; więc na doyście rzetelney liczby układam regułę proporcyi: kładąc za pierwſzy termin liczbę z fałſzywego założenia wypadaiącą, to ieſt 6. Za drugi kładę fałſzywe założenie, to ieſt 1. A za trzeci termin kładę liczbę zadaną, to ieſt: 42 Cz: zł. Czwarty termin liczbę ſzukaną wſkaże.

6. 1 : : 42. 7.

Jak ſię ma 6 do 1, tak ſię mieć powinno 42 do 7.

Miał

Miał tedy przy ſobie 7 Czer: zł. Albowiem pięć razy tyle, to ieſt pięć razy ſiedm, czyni: 35. do tych dodawſzy 7, wypada: 42. Więc przez wynalezioną liczbę zadanemu pytaniu doſyć ſię ſtało.

Przykład II. Pewny umieraiąc legował na trzech Synowcow ſwoich 8000 złotych z tą kondycyą: ażeby pierwſzy wziął dwa razy tyle co drugi, a drugi trzy razy tyle co trzeci. Pytam wiele każdy z nich weźmie?

Rozwiązanie. Daymy że trzeci bierze złot: 10; więc drugi 30, a pierwſzy 6. Zbieram te ſummy, y uważam, ieżeli zadaniu owemu ſtało ſię doſyć. Widzę, iż nie; gdyż tylko wynoſzą 100, a powinny były wynoſić 8000. Układam tedy regułę proporcyi ſpoſobem wyżey podanym:

100. 10 :: 8000. 800.

Jeśli tedy oſtatni bierze 800, więc drugi 2400, a pierwſzy 4800. Te ſummy razem zebrane wynoſzą 8000, ktore legowano; więc iuż zadanie rozwiązane.

Przykład III. Jan umieraiąc zoſtawił 5000 Czerw: złot: teſtamentem Zonie, Corce y Synowi; ale pod tym warunkiem: ażeby Zona cztery razy więcey wzięła niż Corka, Syn zaś pięć razy więcey niżeli Zona. Pytam wiele Zona, wiele Corka, wiele Syn weźmie?

Daymy że Corka bierze Cz: zł: 1, więc Zona 4, Syn zaś pięć razy więcey niż Zona, to ieſt: 20. Te ſummy w iedno zebrane, wynoſzą Cz: zł: 25. Jan zaś zoſtawił 5000 Cz: złot. Więc na doyście prawdziwey liczby układam regułę trzech:

25. 1 :: 5000. 200. Wie-

Wieloraz 200 pokazuie, iż tyle weźmie Corka; więc Zona 800, a Syn 4000.. Te ſummy zebrane czynią 5000 czerwonych złotych od Jana zoſtawionych.

Przykład IV. Pewny Kupiec ſpytany, iakby wiele wſzyſtkie iego towary warte były? odpowiedział: ceny, ktorą wſzyſtkie moie towary wynoſzą, wziąwſzy część trzecią, część czwartą y część piątą, miał byś Czer: zł: 470. Chcę wiedzieć wiele w ſamey rzeczy towary iego warte?

W tym y w innych podobnych przykładach, rzecz ieſt oczywiſta, iż tu taką liczbę brać potrzeba, ktorey część trzecia, część czwarta y piąta, uczynią Cz: zł: 470. Kładę za tę ſummę n. p. 60. ktorych część trzecia, ieſt: 20, część czwarta ieſt: 15, część piąta ieſt: 12. Wſzyſtkie te ſummy czyli części zebrawſzy, to ieſt: 20 + 15 + 12, wynoſzą: 47. Lecz powinny były czynić 470. Układam więc regułę proporcyi ſpoſobem naſtępuiącym:

47. 60:: 470. 600.

Dochodzę tedy, że wſzyſtkie owe towary warte Cz: zł: 600; gdyż z tych część trzecia czyni 200, czwarta 150, piąta 120; te zaś części dodane, czynią razem Czerw: zł: 470, iak założono.

Przykład V. Nieprzyiacielſkiego woyſka część trzecia zabita, część czwartą w niewolą wzięta, a tyſiąc uciekło. Pytam, ile było wſzyſtkiego woyſka, potym iak wielu na placu legło, y wielu w niewolą wzięto?

Daymy że wſzyſtkich żołnierzy było 24. Zaczym trzecia ich część będzie 8, czwarta 6. Te części zebrawſzy, mam 14. Ktore od-

ciągam od 24 założonych, zoſtaie ſię 10, a powinno było zoſtać ſię 1000. Układam przeto regułę proporcyi tak: 10 zoſtaie ſię, gdyby ich było 24; aby ich zoſtało 100, wiele ich bydź muſiało?

10. 24 : : 1000. 2400.

Wypada wſzyſtkich żołnierzy 2400, ktorych część trzecia zabitych, czyni 800, część czwarta brańcow, czyni 600, a 1000 uciekłych, wſzyſtko wynoſi 2400.

Przykład VI. Sokrates ſpytany, wieleby miał Uczniow, odpowiedział: połowa Uczniow moich ſłucha Fizyki, czwarta część Metafizyki, osma część Matematyki, a procz tego mam nowych 8. Pytam iak wiele miał wszyſtkich Uczniow?

Daymy że miał Uczniow 16; więc połowa będzie 8, czwarta część 4, ośma część 2. Znoſzę te części, y mam 14, te odciągam od 16, zoſtaie 2, a powinno było zoſtać 8. Zaczym układam regułę proporcyi tak:

2. 16 : : 8. 64.

Miał więc wſzyſtkich Uczniow 64, z ktorych połowa ieſt 32, część czwarta 16, część osma 8, y nowych ośmiu; tych wſzyſtkich razem dodawſzy, uczyni: 64.

Przykład VII. Student doſtawſzy od Rodzicow pewną liczbę gruſzek, gdy powracał do goſpody, w drodze rowiennikowi ſwemu, z nim ſpotkawſzy ſię, dał połowę; w bramie miaſta dał bratu ſwemu połowę połowy, czyli część czwartą, do goſpody przyſzedłſzy dał wſpoł uczniom ſwoim część piątą, ſamemu, gdy rachuie, pięć tylko w kieſzeni zoſtało ſię. Pytam ile gruſzek Rodzice mu dali?

Day-

Daymy że mu dali 20, więc połowa będzie 10, czwarta część 5, piąta część 4. Zbieram te części, mam 19; te odciągam od 20, zoſtaie ſię 1, a zoſtać ſię powinno było 5. Więc mowię: 1 zoſtaie położywſzy 20, aby ſię zoſtało 5, wiele trzeba było założyć?

1. 20 : : 5. 100.

Wypada 100. Darował więc 95, a ſamemu 5 zoſtało ſię. Co czyni ſto.

53. Na czym ſię zaſadza reguła fałſzywego założenia?

Zaſadza ſię na regule proporcyi porządney; albowiem w tey regule iak ſię ma liczba z fałſzywego założenia wynikaiąca, do liczby fałſzywie założoney, tak ſię mieć powinna liczba dana rzetelna, do rzetelnego założenia. Zaczym łatwe rozwiązanie zadań zawiſło nay więcey na porządnym ułożeniu w proporcyą terminow fałſzywego założenia, aby za położeniem rzetelnego terminu na mieyſcu trzecim, na czwartym wypadło rzetelne założenie zdatne na rozwiązanie zadanego pytania.

54. Jak ſię ta reguła doświadcza?

Uważam y roztrząſam, ieżeli wynaleziona liczba, czyni zadoſyć pytaniu zadanemu ze wſzyſtkiemi iego kondycyami, iak po każdym przykładzie widzieć ſię daie.

§. 9.

O regule dwoiſtego fałſzywego założenia.

55. CO ieſt reguła dwoiſtego założenia, *Duplicis Poſitionis*?

Jeſt ta, ktora rozwięzuie zadaną trudność przez założenie dwoch liczb do upodobania.

Ta reguła ieſt uniwerſalnieyſza, niż poprzedzaiąca; gdyż wſzyſtkie pytania, ktore tamta rozwięzuie, y ta rozwiązać może, ale nie przeciwnie, bo ta wiele inſzych rozwięzuie, ktorych tamta niepotrafi.

56. Jak ſię odprawuie reguła dwoiſtego założenia?

Nayprzod: Bierze ſię za ſummę, ktorey ſzukaſz, iakakolwiek liczba, iak w regule iednego założenia, ktora roztrząśniona, według zadanych kondycyi, gdy danemu pytaniu nieczyni zadoſyć, błąd w założeniu tey liczby zachodzący, piſze ſię na prawey ſtronie tegoż założenia; lecz z tą rożnicą: iż ieżeli błąd ow ieſt popełniony przez więkſze założenie (*per exceſſum*) nad rzetelną liczbą, ktorey ſzukaſz, trzeba go piſać przy owym założeniu, ze znakiem addycyi +; a ieżeli błąd ow ieſt popełniony przez mnieyſze założenie (*per defectum*) nad liczbę, ktorey ſzukaſz, trzeba go piſać ze znakiem Subtrakcyi —; z ktorych znakow pierwſzy + znaczy więkſzość, drugi — znaczy mnieyſzość, czyli brak.

Powtore: Bierze ſię za drugie założenie inſza liczba, od pierwſzey założoney większa, lub mnieysza, według upodobania (w niektorych przykładach bardzo rzecz pożyteczna, brać liczbę podwoyną pierwſzey, *duplum prioris poſitionis*) a roztrząſnąwſzy ią podobnie iak y pierwſzą; ieżeli y ta zadanemu pytaniu zadoſyć nieczyni, piſze ſię także przy niey błąd ze znakiem więkſzości +, lub ze znakiem mnieyſzości —, iak wypadnie. Te więc błędy albo obydwa będą popełnione przez więkſzość +, lub obydwa przez mnieyſzość —, y zowią ſię podo-

podobne; albo ieden przez większość, drugi przez mnieyszość, y zowią się niepodobne.

57. Jak więc w tych obydwoch trafunkach postąpić sobie trzeba?

I. Kiedy błędy są sobie podobne, multyplikuy założenie pierwsze przez błąd założenia drugiego, y wzaiemnie założenie drugie multyplikuy przez błąd założenia pierwszego. Potym zachodzącą między temi dwiema produktami przewyżkę (m) podziel przez przewyżkę zachodzącą między błędami. Wieloraz wypadły pokaże rzetelną liczbę ktorey szukasz.

II. Jeżeli zaś błędy są sobie niepodobne, w ten czas produkta obydwa wzmiankowanym sposobem uczynione, w iednę summę zbierz, y podziel przez błędy obydwa w iednę summę zniesione. Wieloraz wskaże liczbę rzetelną dotąd niewiadomą.

Przykład 1. Trzech Kupcow zarobili 400 złotych. Zysk drugiego większy iest niż pierwszego złot: 12. Zysk zaś trzeciego większy iest niż drugiego złotemi 16. Chcę wiedzieć zysk każdego z osobna Kupca?

Rozwiązanie. Zakładam sobie do upodobania liczbę zysku pierwszego Kupca, n. p. zł: 1, y roztrząsam, ieżeli się ta liczba zgodzi z okolicznościami zadanego pytania: w ten sposob: Jeżeli pierwszy Kupiec zyskał złoty 1, to wtory zyskać musiał: 13, a trzeci 29, ktore zyski czynią złot: 43, a miało bydź złot: 400. Założona więc liczba nieczyni zadosyć pytaniu, y błąd, czyli rożnica między znalezioną liczbą 43, a rzetelną 400, iest zł: 357,

 ktore

[m] Przewyżka czyni się odciągaiąc mnieyszą liczbę od większey.

ktore piſzę na prawey ſtronie założenia pierwſzego, ze znakiem mnieyſzości — tak:

I. Założenie 1. Błąd — 357.

Zakładam potym inſzą liczbę, n. p. daię że pierwſzy Kupiec zyſkał 2 złote, więc drugi zyſkał: 14, trzeci: 30. Te zyſki zniesione uczynią złot: 46, a powinny były uczynić zł: 400. Więc y tu błąd ieſt popełniony przez mnieyſzość złot: 354, od ſummy rzetelney, ktory piſzę na prawym boku założenia drugiego ze znakiem — tak:

II. Założenie 2. Błąd — 354.

A ponieważ w tey operacyi obydwa błędy ſą ſobie podobne, to ieſt: obydwa w założeniu popełnione przez mnieyſzość od rzetelney ſummy; więc według nauki daney w pierwſzym punkcie, multyplikuię założenie pierwſze przez błąd założenia drugiego, to ieſt 1 X 354 = 354, a założenie drugie multyplikuię przez błąd założenia pierwſzego, to ieſt 2 X 357 = 714. Z tey multyplikacyi obydwa produkta wynikaiące, mnieyſzy od więkſzego odciągam, to ieſt 714 — 354, mam przewyżkę między temi produktami zachodzącą 360, ktorą dzielę przez przewyżkę 3, między dwoma błędami zachodzącą (bo 357 — 354 = 3) y mam wieloraz 120, ktory pokazuie, że pierwſzy Kupiec zyſkał złot: 120, więc drugi zyſkał 132, a trzeci 148, gdyż te parcyalne zyſki dodane czynią 400 złotych, ktora ſumma w pytaniu założona była. Oto tey roboty wizerunek:

I. Założenie 1. Błąd — 357.
II. Założenie 2. Błąd — 354.

Przewyżka błędow - - 3.

Pro-

Produkt drugi z 2 X 357 = 714.
Produkt pierwſzy z 1 X 354 = 354.

Produktow przewyżka - 360.

Podzielenie przewyżki produktow przez przewyżkę błędow: 3 | 360 | 120. Wieloraz.

Przykład 11. Kajus umieraiąc zapiſał trzem Kościołom A. B. C. ſummę czerwonych złot: 110. z tą kondycyą, ażeby drugi Kościoł B wźiął tyle dwoie co A, y nad to 10 Cz: zł: C zaś aby wziął tyle co B, y ieſzcze 15 Cz: zł. Pytam ile ſię każdemu Kościołowi doſtanie?

Na rozwiązanie pytania tego, kładę dla A 1 Cz: zł: więc B weźmie 12, C zaś 27, te liczby razem dodane, czynią 40 Czer: złot:, a miały czynić 110. Błąd tedy popełniony ieſt — 70.

Kładę znowu dla A Czerw: zł: 2, więc B weźmie 14, C 29. Te liczby dodane, czynią 45, a powinny były uczynić 110. Więc y tu błąd popełniony ieſt przez brak — 65. A ponieważ znaki ſą podobne, multyplikacyą odprawuię według nauki w I. punkcie podaney, tož Subtrakcyą, y Dywizyą uczyniwſzy, wypadnie wieloraz 15. Więc A weźmie 15. B 40. C 55. Ktore ſummy parcyalne razem zebrane, czynią Cz: zł: 110. Oto robota:

Założenie.	Błędy.
1.	. 70
2.	. 65

Przewyżka błędow — 5.

Produkta 65, y 140. Jch przewyżka 75.

5. | 75 | 15 Wieloraz.

Przy-

Przykład III. Pewny ſpoyrzawſzy na kieſkę przyiaciela ſwoiego, rzecze mu: zdaie mi ſię, że w tey kieſce maſz 225 Czerw: złot:, ktoremu drugi odpowiedział: myliſz ſię przyiacielu, ale gdybym miał tyle dwoie co mam, y piątą część tego, y gdybyś mi ieſzcze z twoich pieniędzy przydał 5 Czer: zł:, w ten czas dopiero ſumma moich pieniędzy wynioſłaby Cz: zł: 225. Pytam ile w rzeczy ſamey miał pieniędzy?

Daymy, że miał Czerw: złot: 10, do tych przydawſzy drugie tyle 10, y piątą część tego, to ieſt: 2, y procz tego ieſzcze 5 Czerw: zł:, wychodzi wſzyſtkich Czer: zł: 10 + 10 + 2 + 5 = 27 Czer: zł:, a miało ich bydź 225. Błąd tedy ieſt popełniony przez mnieyſze założenie nad ſummę zadaną — 198.

Daymy powtore, że miał Czer: złot: 110, do ktorych przydawſzy drugie 110, y piątą część tego 22, y 5 Cz: zł:, wypada wſzyſtkich 247, a miało ich bydź 225. Błąd tedy w założeniu ieſt popełniony przez więkſzość nad ſummę założoną + 22.

W tym przykładzie, iż znaki wypadły przeciwne, czyli niepodobne, zaczym podług nauki w II. punkcie daney, multyplikuię nayprzod założenie pierwſze przez błąd założenia drugiego, to ieſt: 10 X 22 = 220, a założenie drugie multyplikuię przez błąd założenia pierwſzego, to ieſt: 110 X 198 = 21780. Potym ſummę z tych produktow zebraną 22000, dzielę przez ſummę błędow, to ieſt przez 220. Wieloraz 100 pokazuie, że w kieſce było Czerw: złot: 100. Do nich bowiem przydawſzy drugie tyle 100, y piątą część

20,

20, y procz tego 5 Czerw: złot:, wypadnie ſumma w pytaniu wyrażona 225.

Założenie.		Błędy.
10	—	198.
110	+	22.
Summa:		220.

Produkta 220+21780. Jch ſumma 22000.
22(0 | 2200(0 | 100. Wieloraz.

Przykład IV. Jałmużnik ieden od trzech żebrakow obſtąpiony, daie pierwſzemu połowę pieniędzy, ktore ma w kieſce, y ieſzcze 2 gro: Drugiemu daie czwartą część, y 3 gro: Trzeciemu daie ſzoſtą część, y nad to 4 gro: Zoſtały mu ſię tylko 2 gro: Pytam iak wiele miał gro: w kieſce, y po wiele każdemu dał?

Daymy, że miał w kieſce 12 gr:; więc pierwſzemu dał 6 + 2, drugiemu 3 + 3, trzeciemu dał 2 + 4. Te wſzyſtkie cząſtki, z temi 2 gr: ktore ſię mu zoſtały czynią 22, a miały czynić 12. Błąd więc przez większość ieſt popełniony + 10.

Daymy powtore, że miał w kieſce gr: 24. Więc pierwſzy wziął 12 + 2. Drugi 6 + 3. Trzeci 4 + 4, co wſzyſtko razem z dwiema gr: ktore ſię zoſtały, czyni 33, a miało bydź tylko według założenia 24. Więc y tu błąd zachodzi przez większość popełniony + 9. Odprawuię tedy Subtrakcyą, y multyplikacyą ſpoſobem wyżey podanym, gdyż znaki ſą obydwa podobne, y wypada wſzyſtkich gro: ktore były w kieſce 132, z ktorych pierwſzy ubogi wziął 68, drugi 36, trzeci 26, a dwa ſię zoſtały. Te wſzyſtkie części wynoſzą ſummę: 132.

Przykład V. Nauczyciel pewny ma Uczniow pe-

pewną liczbę; z tych Polakow ieſt połowa, Ruſinow czwarta część, Litwinow piąta część, y procz tych, trzech Niemcow. Pytam wiele miał wſzyſtkich uczniow, wiele Polakow, Ruſinow, y Litwinow?

Daymy, że miał Uczniow 20, więc Polakow będzie 10, Ruſinow 5, Litwinow 4, razem z trzema Niemcami, ci wſzyſcy czynią 22, a mieli czynić tylko 20 podług założenia. Błąd przeto popełniony przez więkſzość + 2.

Kładę powtore, że miał Uczniow 40; więc Polakow będzie 20; Ruſinow 10; Litwinow 8. z trzema Niemcami, ci wſzyſcy czynią 41, a powinni czynić tylko 40. Błąd tedy y tu popełniony przez więkſzość + 1. Daley poſtępuię ſobie według reguł wyżey podanych. Wypadnie wſzyſtkich Uczniow 60. Z tych więc Polakow miał 30, Ruſinow 15, Litwinow 12, a Niemcow 3, ktorzy wſzyſcy wynoſzą Uczniow 60.

Krocey to zadanie rozwięzuie iedno założenie. Założywſzy bowiem Uczniow 20, wypadnie wſzyſtkich (nierachuiąc 3 Niemcow) 19, to ieſt: 1 mniey, niż założyłem. Więc układam regułę proporcyi: 1, zoſtaie ſię, gdym założył 20, aby ſię zoſtało 3, wiele trzeba było Uczniow założyć? &c.

1. 20 :: 3. 60.

Przykład VI. W pewney fortecy byli na załodze Francuzi, Polacy, y Moſkale. Liczba Francuzow wraz z Polakami wziętych czyniła 3000. Liczba Polakow z Moſkalami czyniła 5000. Liczba Francuzow z Moſkalami 4000. Pytam wiele było żołnierzy z każdego narodu, potym ile było wſzyſtkich wraz wziętych?

Kładę

Kładę, że Francuzow było - 500.
Więc Polakow powinno bydź 2500.
Mofkalow zaś będzie - - 2500.

Francuzi tedy z Polakami czynią 3000. Polacy z Mofkalami 5000. Y dotąd kondycyom zadanego pytania ftało fię dyfyć.

Lecz Francuzi z Mofkalami czynią tylko 3000, a powinni byli czynić 4000. Błąd więc ieft popełniony przez mnieyfzość — 1000.

Kładę powtore, że Francuzow było 900, więc Polakow będzie 2100, a Mofkalow 2900. Krotko mowiąc: Francuzow z Mofkalami będzie tylko 3800, a powinno bydź 4000. Zaczym y tu błąd zachodzi przez mnieyfzość, to ieft — 200. Po odprawioney operacyi, wypadnie Francuzow 1000; więc Polakow będzie 2000, a Mofkalow 3000. A przeto Francuzow z Polakami będzie 3000, Polakow z Mofkalami 5000, a Francuzow z Mofkalami 4000. Oto robota:

Założenie.		Błędy.
500	—	1000.
900	—	200.

Rożnica błędow - 800.
Rożnica produktow - 800000.
Dywizya: 800 | 800000 | 1000 Wieloraz.

58. Jak można poznać, kiedy dwoiftego założenia na rozwiązanie kweftyi iakiey zażywać trzeba?

Można to poznać naftępuiącym fpofobem: kiedykolwiek do zadanego pytania przyłączona ieft iaka pewna, y uftanowiona liczba, ktorą do fałfzywego założenia przydać potrzeba,

trzeba, w ten czas reguły dwoiſtego założenia zażyć potrzeba. Tak w I. przykładzie zł: 12, y złot: 16, w II. przykładzie Czer: złot: 10, y 15, &c: ktore do zadanego pytania przydać potrzeba, wſkazuią, że to zadanie, dwoiſtego założenia potrzebuie na rozwiązanie.

Prawda, iż ſą niektore zadania, ktore y w tym razie mogą bydź rozwiązane przez iedno założenie, iako ſię pokazuie w przed oſtatnim przykładzie, mianowicie kiedy pewną owę liczbę można odciąc od daney ſummy, czyli liczby założoney, iak przykład naſtępuiący pokaże; Atoli tego ſpoſobu rozeznawania zawſze trzymać ſię potrzeba, zwłaſzcza, iż wſzyſtkie zadania ułatwić można przez dwoiakie założenie, ktore ſię przez iedno rozwięzuią.

Przykład. Pewny ſpytany iakby wiele miał pieniędzy, odpowiedział w ten ſpoſob: tyle mam Czerw: złot:, iż gdyby do nich przydano ich połowę, y trzecią część, y czwartą, y nad to 100 Cz: złot:, na ten czas uczyniłyby mu 300 Cz: złot. Pytam iak wiele miał pieniędzy?

W tym przykładzie odcinam przyłączoną liczbę 100, od 300, zoſtaie ſię 200. Potym kładę, że miał Cz: zł: 12; więc połowa ich będzie 6, trzecia część 4, czwarta część 3, ktore cząſtki dodane wynoſzą tylko 25, a miały wynoſić 200. Zaczym mowię: ieżeli 25 wypada od 12, 200 od wielu wypaść powinno? Wypadnie 96.

25. 12 : : 200. 96.

Tych połowa ieſt 48, trzecia część 32,

czwar-

czwarta część 24, te cząſtki dodane czynią 104, dodawſzy do nich 96, czynią 200, do tych nakoniec przydaiąc 100 Czer: złot: odciętych, wypadnie wſzyſtkich 300 Cz: zł.

59. Na co ieſzcze w regule tak dwoiſtego, iako y iednego założenia wzgląd mieć potrzeba?

Na to oſobliwiey: aby za pierwſze założenia takich liczb dobierać, ktoreby do rozwiązania zadanego pytania nayzdatnieyſze były, y ſpełna na rożne części bez frakcyi, dane liczby, czyli ſummy dzielić mogły, aby ſię uſtrzeć zamatwania w operacyach. Nadto na pierwſze założenia trzeba kłáść iak naymnieyſze liczby, aby ſobie operacyą ſkrócić, y ułatwić, iak w przykładach poprzedzaiących, widzieć można. Naoſtatek w regule dwoiſtego założenia na drugie założenie, użyteczna rzecz ieſt kłáść podwoione pierwſze założonie, zwłaſzcza gdzie liczbę iaką na części dzielić przychodzi.

60. Jak ſię ta reguła doświadcza?

Doświadcza ſię roztrząſaiąc, ieżeli wynaleziona liczba zadoſyć czyni kondycyom w zadaniu położonym; iak po każdym przykładzie widzieć ſię daie.

§. 10.

Zamyka w ſobie rozmaite przykłady, ktore ſię przez poprzedzaiące reguły rozwięzuią.

I. PRzykłady na regułę proporcyi porządney.

I. Jeżeli od iednego komina, dymowego na rok płacić potrzeba złot: 8. Pytam ile przypadnie wypłacić, złotych od kominow 20? Liczba wynaleziona 160.

II.

II. Grabarzowi kopiącemu ſtudnią, od iednego ſążnia kubicznego płaci ſię złotych 6. Pytam ile od ſążni 72 dać potrzeba będzie temuż Grabarzowi? Liczba wynaleziona 432.

III. Krol Salomon przy budowaniu Kościoła Jerozolimſkiego, miał robotnikow 180000. Daymy, że na 2 robotnikow dawano codzień 3 złote; Pytam ile na wſzyſtkich codzień wydano? Liczba wynaleziona 270000.

IV. Według Syſtematu Kopiernika ziemia co rok ubiega w kole ſwoim graduſow 360. Pytam ile graduſow ubieży przez 4 mieſiące? Liczba wynaleziona 120.

V. Laſka $\frac{1}{2}$ łokcia wyſoka, o godzinie trzeciey z południa rzuca cień na 3 łokcie y $\frac{1}{3}$. Przyległey wieży o teyże godzinie ieſt cień na 300 łokci; Pytam iak wyſoka wieża? Proporcya tak ſtać będzie: 3 $\frac{1}{3}$. $\frac{1}{2}$:: 300. 45. Liczba wynaleziona 45.

VI. Biorąc na rok w prowizyi po 5 od ſta, mam złot: 430 + $\frac{1}{5}$. od pewney ſummy. Pytam ile mieć mogę od teyże ſummy za lat 9? Proporcya 1. 430 + $\frac{1}{5}$:: 9. 3871 $\frac{4}{5}$.

VII. Piotr winnym będąc Janowi 3432 zł: uſtępuie mu kamienicy, od ktorey naięcia brał corocznie 800 zł:; Pytam wiele lat kamienicę owę w długu ſwoim trzymać powinien? Proporcya tak ſtać powinna: 8. 1:: 3432. 4 + $\frac{29}{100}$. To ieſt trzymać ią ma lat 4. y dni około 106.

VIII. Kupiec łożył Czerw: złot: 500 na kupienie pewney materyi, ktorey było łokci 400, a chcąc zyſkać na kapitale ſwoim Czerw: złot: 80; pytam za iaką cenę łokieć ieden przedawać powinien? W tym przykładzie złączam

zyſk

zyſk założony z pieniędźmi łożonemi na towar 80 + 500 = 580. Potym układam regułę proporcyi: 400. 580 : : 1. 1 + $\frac{9}{20}$. Wypada tedy za ieden łokieć: 1 Cz: zł: 8. zł :gr: 3.

IX. Pewny Pan ſprzedał pałac za Czer: zł: 9072, za ktory był zapłacił Czerw: zł: 8400; pytam ile na każdym ſtu zyſkał? Proporcyą tak układam: ieżeli 8400 wnioſły 9072, coż wnioſło każde 100? Wypada za czwarty termin 108; więc na każdym ſtu zyſkał Czerw: złot: 8.

X. Jan ma wypłacić Pawłowi w lat trzy Czerw: złot: 660, to ieſt na rok każdy Czer: złot: 220. Tym czaſem ſummę tę ofiaruie ſię natychmiaſt kredytorowi oddać, ieżeliby mu 10 na każdym 100 uſtąpił; Pytam ile w ten czas wypłacićby powinien? Układam ſobie tak proporcyą: na 100 ginie 10, na 660, wiele zginie? Przepadnie 66. Te 66, odtrącam od ſummy 660, zoſtaie ſię 594. Tyle więc ma wypłacić kredytorowi.

II. Przykłądy na regułę proporcyi ſkładaną.

I. Przez 15 dni bawiąc ſię 5 Kawalerow w Warſzawie tracą w ſpolnie na wikt Czer: zł: 86. Pytam Kawalerow 4 przez dni 24 wſpolnie żyiących wiele wydadzą? Liczba wynaleziona 110 + $\frac{2}{25}$ Czerw: złotych.

II. Od przewiezienia 5 cetnarow towaru za mil 25 + $\frac{1}{2}$, zapłacił kupiec złot: 56. Pytam od przewiezienia 12 cetnarow tegoż towaru za mil 35 wiele zapłacić powinien? Liczba wynaleziona 184 $\frac{8}{17}$, to ieſt złot: 184, y gr: około 15.

III. W pewnym Konwikcie ieſt 8 Kawalerow, z ktorych każdy za mieſiąc płaci po 6

Czerw:

Czerw: złot:; Pytam za 4 lata wiele im zapłacić przypadnie? Liczba wynaleziona 2304.

IV. Jeżeli 100 Czerw: złotemi zarabia Kupiec przez 8 mieſięcy 20 Czerw: złot:; pytam za iaki czas temiż 100 Cz: zł: zarobi 30 Cz: zł:? W tym przykładzie można ſto Cz: zł: opuścić w operacyi, gdyż taż ſama ſumma ſto, drugi raz przypada, aby iedną operacyą, to pytanie zakończyć, tak: 20. 8. 30? 12. Liczba więc ſzukana wychodzi: 12.

V. Kupiec pewny kupił 300 funtow pewnego towaru za 60 Czerw: złot:, wiedzieć zaś chce ile na ſtu Czerw: złot: zarobi, ieżeli też 300 funtow ſprzeda za 64 Czer: zł. Albo ile na ſtu Czerw: złotych ſtraci, ieżeli ten towar ſprzeda za 57 Cz: zł:? Układam tak terminy; na 300 chce zarobić 4 Czer: zł: wiele zarobi na 100? Wypada 1 $\frac{1}{3}$. Albo na 300 traci 3 Cz: zł: wiele traci na 100? Wypada 1 Cz: zł.

VI. Pewny Kupiec w Wrocławiu kupił pewnego towaru funtow 500, za 100 Czer: zł. Akcyzy wſzyſtkiey na komorach, y Furmanowi zapłacił 20 Cz: zł. Teraz chce wiedzieć po wiele każdy funt ma przedawać, ażeby nad wſzyſtkę expenſę zarobił na każdym funcie po 24 gr:?

W tym przykładzie expenſę trzeba przyłączyć do pieniędzy łożonych na towar, y tak ułożyć terminy: za 500 funtow 120 Czer: zł: wiele za 1? Tu czerwone złote ſprowadzam na złote przez 17. Wypadnie za ieden funt złot: 4 ✝ $\frac{2}{25}$, to ieſt prawie gr: 2; Przydaię do tego wieloraza gr: 24, ktore chce zarobić, przypadnie każdy funt po złot: 4. y gr: 26 przedawać.

III. Przykłady na regułę proporcyi wſpak obroconą.

I. Pewny plac 18 robotnikow za 3 dni ſkopali, pytam robotnikow 6 za wiele dni tenże plac ſkopać powinni? Liczba wynal: 9 dni.

II. Budynek pewny za 40 dni Rzemieślnikow 6 ſkończyli; pytam Rzemieślnikow 15 tenże budynek za wiele dni ſkończyliby? Liczba wynaleziona za 16 dni.

III. Pewne pole ſzerokie prętow 15 $\frac{1}{2}$, długie prętow 24, ieſt rowne drugiemu polu długiemu 36 prętow; pytam iaka drugiego pola ſzerokość? Liczba wynaleziona 19 $\frac{3}{8}$.

IV. Piſarczykow 5 przez 2 mieſiące przepiſali pewne dzieło; pytam Piſarczykow 3 wiele czaſu na przepiſanie tegoż dzieła potrzebuią? Liczba wynal: mieſięcy 3. dni 10.

V. Sukna 9 łokci, ktorego ſzerokość ieſt na 3 piędzi, wyſtarcza na zrobienie ſukni; pytam iak wiele łokci inſzego ſukna potrzeba na podobną ſuknią, ktorego ſzerokość ieſt na 2 piędzi? 3. 9 : : 2? 13 $\frac{1}{2}$ łokci.

VI. Oblężone woyſko 8500 ma prowiantow na 10 tygodni. Tym czaſem ma pewną nadzieię poſiłku, lub odſtąpienia nieprzyiaciela, lecz aż za 25 tygodni; chce więc Hetman wiedzieć, ile ma zatrzymać żołnierzy, aby mu prowianty wyſtarczyły na 25 tygodni? 10. 8500 : : 25? 3400 żołnierzy.

IV. Przykłady na regułę proporcyi ſkładaną wſpak obroconą.

I. Piſarczykow 3 w pięć dni napiſzą wygodnie 60 kart, pytam kart 300, Piſarczykow 4 za wiele dni napiſzą? Liczba wynaleziona za dni 18 y godzin 18. W tym przykładzie ia-

ko y w drugim, y w trzecim, wyżſze tylko terminy ſą wſpak obrocone.

II. Piotr na 10 Czerw: zł: przez 3 lata zyſkał zł: 60; pytam na Cz: zł: 5, złotych 100, w iakim czaſie zyſkać może? Liczba wynaleziona za lat 13. mieſięcy 4.

III. Piiakow 5 przez dni 6, wypiiaią beczkę wina, 60 garcy w ſobie zamykaiącą; pytam piiakow 8, rowną beczkę; iak długo pić mogą? Liczba wynal: przez dni 3 y godzin 18.

IV. Kupiec ſprowadził pewnego towaru funtow 100, o mil 15, za złotych 36; pytam wiele funtow ſprowadzi za złotych 180, o mil 25? Liczba wynaleziona 300. W tym y w naſtępuiącym przykładzie niżſze tylko terminy wſpak obrocone.

V. Wody cebrow 60, na 3 kwadranſe wypływa z pewnego naczynia, dwiema upuſtami; pytam 100 cebrow wody, za ieden kwadrans, wiele upuſtami płynąć powinny? Liczba wynaleziona 10.

V. Przydłady na regułę Towarzyſtwa.

I. Dwoch przedſiębierze wſpolny prowadzić handel. A ſkłada Czerw: złot: 9. B 12. Zyſkuią na ſwoim towarze Cz: zł: 16. Pytam ile każdy zyſkał? Liczba wynaleziona I. $6 + \frac{18}{21}$. II. $9 + \frac{3}{21}$ Czerw: złot.

II. Trzech handluie wraz, C ſkłada Cz: zł: 20. D 16. E 30. Tracą na handlu wraz wſzyſcy Cz: zł: 40; pytam ile każdy ſzkoduie? I. $12\frac{8}{66}$. II. $9\frac{46}{66}$. III. $18\frac{12}{66}$.

III. Pan pewny niektorych dobr ſwoich, zaſtawił na rok część dzieſiątą; inſzych część dwudzieſtą; inſzych część czterdzieſtą za zł: 12000. Pytam ile mu każda cząſtka, pieniędzy czy-

czyniła? Liczba wynaleziona I. 6857 $\frac{4}{28}$. II. 3428 $\frac{16}{28}$. III. 1714 $\frac{8}{28}$.

IV. Trzech wſpolny prowadzą handel: F ſkłada Czerw: zł: 50, ale od lat 4. G Cz: zł: 90, ale od lat 2. H Cz: zł: 120 od lat 3. Zyſkuią razem Cz: zł: 340; pytam iak wiele każdy z oſobna korzyſtał? F. 91 $\frac{66}{74}$. G. 82 $\frac{52}{74}$. H. 165 $\frac{30}{74}$.

V. Trzech Kupcow zyſkali na ſwych towarach Czerw: zł: 40. Pierwſzy zaś z nich złożył Cz: zł: 60 y zł: 9. od 4 mieſięcy. Drugi 50 Cz: zł: y zł: 6 od 3 mieſięcy. Trzeci złożył 36 Cz: zł: y zł: 3 od 2 mieſięcy; Pytam ile każdemu z tego zyſku proporcyonalnie do złożoney ſummy y czaſu przypadnie? Licz: wynal: I. 353 $\frac{2619}{3957}$. II. 220 $\frac{2580}{3957}$. III. 105 $\frac{2715}{3957}$.

VI. Kupcow trzech wſpolny prowadząc handel, rowną wſzyſcy ſkładaią ſummę, to ieſt każdy po 50 Czer: złot:, ale z tą rożnicą, iż A od lat 3. B od lat 2. C od $\frac{1}{2}$ roku. Zyſkuią wſzyſcy razem Cz: zł: 624. Pytam ile z tego zyſku każdy zyſkuie? A 340 $\frac{100}{275}$. B 226 $\frac{240}{275}$. C 56 $\frac{200}{275}$.

VI. Przykłady na regułę wiązania.

I. Ma Kupiec dwoiakiego gatunku bawełnę, iednego funt po zł: 3, drugiego gatunku po zł: 2 $\frac{1}{2}$. Pierwſzego gatunku bawełny ieſt funtow 60, drugiego 40. Mieſza ten dwoiaki gatunek razem, y chce wiedzieć po czemu na ow czas ieden funt bawełny przypadnie? Liczba wynal: po 2 zł: y gr: 24.

II. Ma kto troiakiego gatunku pieprz, pierwſzego ma funtow 20, a ieden po złotych 6. Drugiego funtow 16, a ieden po zł: 4. Trzeciego ma funtow 7, a ieden po złot: 5. Ten

pieprz przypadkiem zmieſzał ſię mu; chce tedy wiedzieć, poczemu ieden funt zmieſzanego pieprzu koſztować powinien? Liczba wynaleziona po złot: 5. y gr: około 3.

III. Przynoſi kto do złotnika bryłę ſrebra proby dzieſiątey, na robienie łyżek, nożow, &c: y chce aby to ſrebro podnieść do proby trzynaſtey. Pytam ile złotnik z fanzlibru ma brać, ażeby owo ſrebro ſtało ſię proby trzynaſtey?

Te proby ſrebra kładę na regułę wiązania, toż przewyżki 3 a 3, zbieram w iedno, mam 6; potym układam regułę proporcyi: 6. 1 :: 3. Czwarty termin $\frac{3}{6}$; toż ſamo wypadnie z drugiego ſrebra proby dzieſiątey. Więc tak z ſrebra fanzlibru ma brać po $\frac{3}{6}$, iako y z ſrebra dzieſiątey proby. Teraz te frakcye albo na inſze ſprowadzam, ktoreby miały Mianownika 16, to ieſt 16 łotow, aby łatwiey wydział tych ſreber uczynić można; albo też iak w tym przykładzie, na mnieyſze terminy te frakcye ſprowadzam, wypadnie $\frac{1}{2}$, to ieſt z oboyga ſrebra po 8 łotow ma brać, gdyż w grzywnie ieſt łotow 16. Taka grzywna będzie proby trzynaſtey, po złot: 58 $\frac{1}{2}$.

Gdyby ſię iaka frakcya zoſtała, to łoty na grana ſprowadzaćby potrzeba.

Grzywna feinzlibru koſztuie złot: 72, y takie ſrebro, ieſt naywyżſzey 16ſtey proby.

IV. Arędarz ma troiaką gorzałkę; pierwſzey garniec koſztuie 3 złote, drugiey 2 złote, trzeciey 1 $\frac{1}{2}$. Pytam ile z każdego gatunku wziąść potrzeba, ażeby ieden garniec koſztował 2 $\frac{1}{2}$ złot:? Liczba wynal: z pierwſzey $\frac{6}{10}$, z drugiey $\frac{2}{10}$ garca, z trzeciey $\frac{2}{10}$ garca.

V.

V. Pewny kazał robić poſąg ſrebrny 300 funtow ważący. Pokazuie mu złotnik dwoiakie ſrebro, pierwſzego funt ieden koſztuie 50, drugiego 40, ktore Pan tak każe zmieſzać, aby funt ieden koſztował 48. Pytam ile z oboyga gatunku wziąść ma, ażeby miał 300 funtow, z ktorych każdy koſztowałby 48? Liczba wynaleziona z pierwſzego funtow 240. Z drugiego 60, biorąc na każdy funt z pierwſz: $\frac{8}{10}$, z drug: $\frac{2}{10}$. Taki funt koſztować będzie 48. Oto wizerunek roboty:

	50.	8.
48.		
	40.	2.

10. 300:: 8. 240. 1wſzego ſrebra.
10. 300:: 2. 60. drugiego.

VII. Przykłady na regułę iednego założenia.

I. Piotra, Pawła y Jana lata zebrane czynią lat 100, lecz Paweł liczy trzykroć więcey nad Piotra, a Jan dwakroć więcey lat nad Pawła; pytam ile lat każdy z nich miał? Liczba wynal: Piotr 10. Paweł 30. Jan 60.

II. W pewnym młynie ſą trzy kamienie, z ktorych pierwſzy miele za godzinę korcy 6, drugi korcy 4, trzeci 3. Pytam ile godzin potrzeba, aby te wſzyſtkie kamienie zmełły korcy 52? Liczba wynal: godzin 4.

III. Jozefa, Jakoba y Marka roczne zebrane intraty, wynoſzą złot: 72000. Lecz Jakoba dwa razy większa ieſt intrata nad Jozefa, a Marka trzy razy ieſt większa nad Jakoba. Pytam ile każdy z nich ma intraty? Liczba wynaleziona Jozef 8000. Jakob 16000. Marek 48000.

IV. Tytus umieraiąc zostawił summę Czer: złot: 9845 trzem osobom: Synowi, Corce y Kajowi przyiacielowi, z tą rożnicą: aby Syn wziął połowę, Corka część trzecią, Kajus część czwartą owey summy; pytam wiele ma wziąść Syn, wiele Corka y Kajus? Liczba wynaleziona Syn wziąść powinien 4543 + $\frac{11}{13}$. Corka 3029 + $\frac{3}{13}$. Kajus 2271 + $\frac{12}{13}$.

V. Pewny bezdzietny umieraiąc legował na 4 Synowcow swoich złot: 34000, z tą kondycyą, ażeby pierwszy wziął cztery razy tyle, co drugi; a drugi dwą razy tyle, co trzeci; trzeci zaś trzy razy tyle, co czwarty; pytam ile każdy z nich weźmie? Liczba wynaleziona I. 24000. II. 6000. III. 3000. IV. 1000.

VI. Pewny iadąc z Piotrkowa do Warszawy wydał w drodze z swoich pieniędzy: $\frac{2}{3}$ y $\frac{1}{5}$, do domu powrociwszy, postrzega, że mu tylko zostaie 36 złotych. Pytam iak wiele pieniędzy z sobą wziął był, y wiele w drodze wydał? Liczba wynal: wziął był 270, z tych wydał 234, zostaie się 36.

VII. Wieży pewney wierzch widać na 24 stopy wysokości, twierdzi zaś pewny, iż $\frac{1}{3}$ y $\frac{2}{5}$ części teyże wieży iest zasłonionych dla przyległych domostw; pytam iak owa wieża wysoka? Liczba wynal: wysoka stop 90.

Założ:

8. 30 :: 24. 90.

VIII. Pewny spytany wieleby lat miał, odpowiedział: gdyby do moich lat przydano ich połowę, a z summy odciągniono część czwartą teyże summy, na ten czas zostaie się lat 90. Pytam wiele w rzeczy samey lat miał? Liczba wynaleziona miał lat 80.

Założ:

Założ:

18. 16 :: 90. 80.

IX. Dłużnik pewny wypłacił długu ſwoiego: $\frac{1}{2}$ + $\frac{1}{3}$ + $\frac{1}{8}$, y powiada, że ieſzcze winien złotych 72. Pytam iak wielki dług iego był? Liczba wynaleziona 1728.

Założ:

1. 24 :: 72. 1728.

X. Wynaleść taką liczbę, ktorey: $\frac{1}{2}$, $\frac{1}{3}$, $\frac{1}{4}$, $\frac{1}{5}$, y $\frac{1}{6}$ cząſtki uczyniłyby 522? Liczba wynaleziona 360.

Założ:

87. 60 :: 522. 360.

XI. Jeſt w ogrodzie lew kamienny, ktorego oczami ieśli wodę pompuię, napełni ſię przyległa wanna w 10 godzin, ieśli uszami napiełni ſię w 5 godzin, ieśli pyſkiem napełni ſię w 20 godzin. Pytam w wielu godzinach napełni ſię, ieśli razem oczami, uſzami y pyſkiem wodę puſzczę? Liczba wynaleziona 2 godzin + $\frac{6}{7}$.

Daymy bowiem że na to pótrzeba 1 godziny, więc w 1 godz: oczy napełnią $\frac{1}{10}$. Uſzy $\frac{1}{5}$. Pyſk $\frac{1}{20}$, to ieſt napełnią razem $\frac{7}{20}$. Lecz powinny napełnić całą wannę, to ieſt: $\frac{20}{20}$. Więc kładę:

$\frac{7}{20}$. 1 :: $\frac{20}{20}$. 2 + $\frac{6}{7}$.

XII. Dwoch podrożnych odprawuią podroż, pierwſzy uchodzi na dzień mil 5 + $\frac{1}{2}$. Drugi mil 6 + $\frac{1}{4}$. Pytam ieżeli pierwſzy uſzedł iuż mil 15, ktorego dnia ten drugi dogoni go? Liczba wynal: za dni 20.

Daymy, że go tylko uprzedził $\frac{3}{4}$ mili, więc go dogoni za ieden dzień. Przeto proporcya tak ſtać będzie: $\frac{3}{4}$. 1 :: 15. 20.

VIII. Przykłady na regułę dwoiſtego założenia.

I. Trzech rzemieślnikow zarobili złot: 400. Zarobek drugiego przewyżſza zarobek pierwſzego złot: 12. Zarobek zaś trzeciego przechodzi zarobek drugiego złot: 16. Pytam ile każdy zarobił? Liczba wynaleziona pierwſzy 120, drugi 132, trzeci 148.

II. Trzech A. B. C. maią pewną ſummę pieniędzy: A y B maią razem złot: 50. B y C maią 70. C y A maią 60. Pytam ile z nich każdy ma? Licz: wynal: A 20. B 30. C 40.

III. Czterech Kawalerow zyſkali przy grze Czerw: złot: 89; lecz z tą rożnicą, że drugi ośmią więcey Cz: zł: wygrał nad pierwſzego; trzeci wygrał tyle, ile drugi, a czwarty tyle, ile trzeci, y nad to ieſzcze 9 Cz: zł:; Pytam ile każdy zyſkał? Licz: wynal: pierwſzy 14, drugi 22, trzeci 22, czwarty 31.

IV. Syn pytał ſię Oyca o lata ſwoie, y taką odebrał odpowiedź: ieżeli do tych lat, ktore teraz maſz: $\frac{1}{2}$, $\frac{2}{3}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{4}{5}$, $\frac{5}{6}$, a nad to 9 przydaſz, będzieſz miał lat 160. Pytam ile w rzeczy ſamey ow Syn miał lat? Licz: wynal: 20.

V. Piotr rozmawiaiąc z Pawłem, rzecze; rozumiem, że liczyſz lat 30; tak odpowiedział Paweł, ieżeli z lat twoich przydaſz rok ieden, y ieſzcze $\frac{1}{8}$, y $\frac{1}{12}$ z tych lat ktore mam, w ten czas mieć będę lat 30. Pytam wiele Paweł miał lat? Liczba wynal: 24.

VI. Alexander pewnego razu rozmawiaiąc z Kaliſteneſem Filozofem, rzekł: ia Efeſtyona 2 laty przechodzę, Klitus zaś obydwu nas lata liczy, y ieſzcze 4, a przeto wſzyſcy mamy lat 96. Pytam wiele na ten czas lat miał

Ale-

Alexander, wiele Efeſtyo, wiele Klitus? Liczba wynaleziona Efeſtyo miał 22. Alexander 24. Klitus 50.

VII. Trzech maią pewną ſummę pieniędzy, to ieſt 44 Czer: złot: Ale drugi ma tyle drugie co pierwſzy, y ieſzcze 4 Cz: zł. Trzeci zaś tyle ma, ile pierwſzy y drugi, y ieſzcze 6. Pytam ile każdy miał? Liczba wynal: pierwſzy 5, drugi 14, trzeci 25.

VIII. Chcę wynaleść trzy liczby, ktoreby dodane uczyniły 60; druga zaś aby pierwſzą zawierała w ſobie dwa razy, y nad to cztery, trzecia zaś aby w ſobie zamykała pierwſzą y drugą, y nad to 6? Liczba wynal: pierwſza 7 $\frac{2}{3}$, druga 19 $\frac{1}{3}$, trzecia 33.

IX. Jak podzielić liczbę 1000 na dwie części, z ktorych większa przechodziłaby mnieyſzą tą liczbą 49? Licz: wynal: większa liczba 524 $\frac{1}{2}$, więc mnieyſza 475 $\frac{1}{2}$.

X. Dwoch kupuią pole pewne złotych 100 otaxowane. Pierwſzy do drugiego mowi, gdybyś mi z twych pieniędzy dał połowę, mogłbym ſam to pole kupić. Drugi zaś rzecze: gdybyś mi z twych pieniędzy $\frac{1}{3}$ dał, ia ſam owo pole zapłaciłbym. Pytam ile każdy miał pieniędzy? Licz: wynal: pierwſzy 60. Drugi 80.

Założ:

Drugi	20	- 50.	Kładę, że drugi miał zł: 20; z tych uſtępuie pier-
Pierwſzy	90.		wſzemu połowy to ieſt
Drugi	32	- 40.	10, więc pierwſzy miał-
Pierwſzy	84.		by 90. Potym pierwſzy uſtępuie drugiemu trze-

ciey części, to ieſt 30, y będzie miał 50, więc mu ieſzcze 50 do ſta niedoſtaie, piſzę ten błąd &c.

A zno-

A znowu czynię drugie założenie tymże ſpoſobem &c.

XI. Alexander W. przed batalią, ktorą miał ſtoczyć z Daryuſzem, kazał rozdać między żołnierzy ſwoich 77500 funtow mąki; Konnemu każdemu po 3 funty; Pieſzemu każdemu po 2 funty. Było zaś Piechoty 7 razy więcey niż Kawaleryi y ieſzcze 500. Pytam ile Kawaleryi, ile Piechoty na plac Alexander wyprowadził? Liczba wynal: Kawaleryi wyprowadził 4500. Piechoty ſiedm razy więcey y ieſzcze 500, to ieſt: 32000.

ROZDZIAŁ IV.

O wyciąganiu ścian.

POſpolitſze y w częſtſzym używaniu ściany ſą te: Kwadratowa czyli czworgraniaſta, lub czteroboczna, wyciągana z czworgrania (*ex quadrato*) y kubiczna czyli ſześciogranna, lub ſześcioboczna albo pełna, wyciągana z ſześciogranu (*ex cubo.*) O tych teraz mowa będzie.

1. Co ieſt kwadrat, co ściana kwadratowa?

Kwadrat albo czworgran, ieſt liczba przez ſię ſamę rozmnożona, n. p. 2 X 2, czynią 4. Także 3 X 3, czynią 9. Te 4 y 9 ſą kwadraty, czyli liczby kwadratowe; liczby zaś 2 y 3, z ktorych multyplikacyi przez ſiebie ſamych z oſobna kwadraty wyniknęły, zowią ſię ściany kwadratowe, czyli czworgraniaſte. Sciany więc ſą to te liczby, z ktorych ſię kwadraty rodzą. A zatym liczba kwadratowa ieſt ta, ktorey iedności mogą bydź roſtawione w kwadrat.

2.

2. Co ieſt ſześciogran, co ściana ſześciogranna?

Sześciogran ieſt ta liczba, ktora rośnie z liczby iakiey trzy razy w ſię wprowadzoney. Albo ieſt to ta liczba, ktora wynika z kwadratu przez ſwoię ścianę rozmnożonego. Na przykład 8 rośnie ze 2 we 2, y z tego produktu 4, w też dwa wprowadzonych. Podobnie 27 ſtaie ſię z kwadratu 9 przez ścianę iego 3 rozmnożonego. Liczby zaś owe 2 y 3, przez ktore kwadraty ich własne rozmnożyłem, nazywaią ſię ściany ſześciogranne. Liczba ſześciogranna nazywa ſię inaczey koſtka dla tego, iż wzdłuż, wſzerz y wgłąb ieſt rownoboczna.

Jeżeli wſpomniony ſześciogran 8 przez ſwoię ścianę 2 rozmnożę, wypadnie produkt 16 ſtopnia czwartego. Ten znowu rozmnożywſzy przez tęż ścianę 2, tak 16 X 2, wypadnie nowy produkt 32 ſtopnia piątego; y tam daley. Sciana bowiem pierwſza 2 zowie ſię ſtopień pierwſzy, albo po proſtu ściana; 4 zowie ſię ſtopień drugi albo kwadrat; 8 ſtopień trzeci albo ſześciogran; 16 ſtopień czwarty albo czworgran czworgrania; 32 ſtopień piąty albo ſześciogran ſześciogrania. Te wyżſze ſtopnie do Algebry odſyłamy; nam doſyć będzie ukazać ſpoſob wyciągania ściany czworgraniaſtey y ſześciogranney, zwłaſzcza iż wyżſzych ſtopni rzadkie ieſt używanie.

3. Co to ieſt wyciąganie ściany kwadratowey y ſześciogranney?

Wyciąganie ściany z liczby kwadratowey albo ſześciogranney, ieſt to wynalezienie liczby owey, z ktorey ſtał ſię kwadrat albo ſześciogran.

4. Ktore ſą reguły ſłużące do wyciągania ścian?

Jnne ſą do wyciągania ścian kwadratowych, a inne do wyciągania ścian z liczby ſześciogranney czyli pełney. O każdych z osobna mowić będziemy.

ſ. 1.

O wyciąganiu ściany czworgraniaſtey z liczby daney.

5. CO ieſt wyciąganie ściany czworgraniaſtey?

Wyciąganie ściany czworgraniaſtey, ieſt to, iakośmy niedawno powiedzieli, wynalezienie liczby takiey, ktora w ſię wprowadzona, czyni czyli rodzi liczbę zadaną kwadratową, ieżeli ieſt ſpełna kwadratowa, a ieżeli nie ieſt ſpełna kwadratowa, rodzi naywiękſzy kwadrat, ktory ſię w niey zamyka. N. p. liczby 36, ieſt ściana 6, gdyż 6 X 6 = 36.

6. Jeżeli liczba dana niewynoſi więcey nad ſto, iak iey ścianę łatwo znaleść można?

W ten czas daney liczby ścianę czworgranną łatwo znaleść można w naſtępuiącey tabliczce:

Sciany	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.	9.	10.
Czworgranie	1.	4.	9.	16.	25.	36.	49.	64.	81.	100.

zwłaſzcza gdy liczba ieſt ſpełna kwadratowa; n. p. Chcąc doyść iaka ieſt ściana kwadratowa 16, ſzukam w drugiey kolumnie kwadratow, ieżeli tam żadana liczba 16 wyraża ſię, y znayduię ią w czwartym rzędzie, y 4 w tymże ſamym rzędzie w wyżſzey kolumnie położone. Te 4 ſą ścianą kwadratową 16; bo

bo 4 X 4 czynią 16. Jeżeli zaś liczba zadana nie ieſt prawdziwy kwadrat, w ten czas brać ſię powinna ściana liczby naybliżſzey przychylaiącey ſię do liczby zadaney, n. p. Chcąc wiedzieć iaka ieſt ściana czworgranna 50? Szukam w drugiey kolumnie kwadratow, ieżeli tam ta liczba 50 mieści ſię, ktorey iż nie znayduię, więc biorę liczbę naybliżey przychylaiącą ſię do niey, to ieſt 49, y mam w wyżſzey kolumnie ścianę iey czworgranną 7. Bo 7 X 7 = 49. Liczba przeto 50 rzetelney ściany ſwoiey nie ma.

7. Jakie ſą reguły na wyciąganie ściany czworgranney z liczby daney iakieykolwiek, ktora więcey nad ſto wynoſi?

Te naſtępuiące: *Nayprzod* trzeba daną liczbę, od prawey ręki zaczynaiąc, pokzielić punktami, tak żeby pierwſzy punt leżał pod oſtatnią figurą, drugi pod trzecią, trzeci pod piątą, y tak daley, zawſze iednę figurę przeſkakuiąc. Tym ſpoſobem podzieliſz daną liczbę na części, z ktorych każda będzie miała dwie figury, procz pierwſzey części od lewey ręki, w ktorey częſto iedna tylko figura przypada. Jle zaś będzie części w liczbie tak podzieloney, czyli ile będzie punktow położonych, tyle mieć w ſobie powinna ſigur ściana wynaleziona.

Powtore. To uczyniwſzy, zaczynam ſamę robotę, biorąc pierwſzą część od lewey ſtrony liczby daney, y ſzukam iey na tabliczce czworgraniow, ktorą ieśli znayduię, biorę przypadaiącą iey ścianę, ieżeli nie znayduię, to biorę ścianę czworgranu naybliżey od tey liczby przychylaiącego ſię, y piſzę ią na mieyſcu

ſcu oſobnym, za pierwſzą część ściany generelney.

Potrzecie. Z wynalezioney ściany robię kwadrat, y odciągam go od pierwſzey części liczby daney. Do reſzty zaś ieśli ſię iaka zoſtała, ſkładam drugą naſtępuiącą część z liczby daney, dwie figur zawieraiącą. Potym ścianę wynalezioną podwoiwſzy, piſzę ią za dzielnika tey drugiey części.

Poczwarte. Uważam ile razy dzielnik z ściany podwoioney zrobiony, brać ſię może w tey drugiey części, nietykaiąc atoli oſtatniey iey figury punktem naznaczoney. Wieloraz wypadaiący piſzę zaraz y za część drugą ściany generalney, y na końcu dzielnika.

Popiąte. Przez tę drugą dopiero wynalezioną część ściany, rozmnażam całego dzielnika, niepomiiaiąc oſtatniey tamże dopiero przydaney liczby, a produkt odciągam od całey drugiey części wziętey wraz z oſtatnią figurą punktem naznaczoną. Do reſzty pozoſtałey ſkładam naſtępuiącą trzecią część liczby daney, także we dwoch figurach zawartą, ktorą, nietykaiąc oſtatniey figury kropką naznaczoney, przez całą ścianę podwoioną dzielę, a wieloraz tak za trzecią część ściany, iako y na końcu nowego dzielnika piſzę; potym przez tę trzecią część ściany, dzielnika całego wraz z przydaną liczbą rozmnożywſzy produkt odciągam od całey trzeciey części liczby daney, ſpoſobem wyżey podanym. Na koniec złożywſzy naſtępuiącą czwartą część liczby daney, do pozoſtałey reſzty, poſtępuię ſobie tak, iak ſię o drugiey y trzeciey części powiedziało, aż doydę do oſtatniey części, z

kto-

ktorey ieżeli ſię po oſtatnim odciągnieniu nic nie zoſtaie, znak ieſt, że liczba dana, prawdziwy ieſt czworgran; ieżeli ſię zaś co zoſtaie, znać że liczba ſpałna kwadratowa nie ieſt, ani może mieć rzetelney ściany ſwoiey, to ieſt znać, że nie może mieć takiey ściany, ktoraby ſię liczbą ſpełna całkowitą wyrazić mogła. Wynaleziona zaś w ten czas liczba, ieſt ścianą kwadratu, nayblizey do daney liczby przychylaiącego ſię.

8. Co ieſzcze o wyciąganiu ściany czworgranney wiedzieć potrzeba?

To oſobliwiey: iż ieżeli ściana podwoiona, w części odciętey od liczby daney, y do reſzty przyłożoney, brać ſię nie może, tedy rownie iak w dywizyi, do ściany dodaie ſię cyfra, a naſtępuiąca część z liczby daney ſkłada ſię, ieżeli ſię znayduie &c. Nad to ściana przez dywizyą wynaleziona pomnieyſza ſię iednym, gdy produkt z multyplikacyi ściany przez dzielnika y przydaną liczbę wypadaiący, będzie większy nad liczbę, od ktorey ma bydź odciągniony, na co dobrze pomnieć potrzeba, dla uniknienia wſzelkiey omyłki w operacyi. Pokażmy iuż w przykładach danych reguł praktykę:

Przykład 1. Ma kto kamieni cioſanych płaſkich kwadratowych: 1849, chce niemi w kwadrat podłogę wyſłać. Pytam wiele na każdy bok kamieni kłaść przypadnie? Oto robota:

Liczba dana	Sciana.
18,49.	43.
16	

Dziel-

Dzielnik dru- giey części	8,3	249. 249
		- - -

Ażebym z tey liczby ścianę wyciągnął, dzielę ią nayprzod przez punkta na dwie części, ſpoſobem wyżey podanym. A ztąd wnieść można, iż w ścianie dwie figury zamykać ſię powinny. *Powtore.* Biorę pierwſzą część liczby daney 18, ktorey że w tablicy czworgraniow nie znayduię, biorę 16 naybliżſze do 18, y przy nich położoną ścianę 4, piſzę za pierwſzą część ściany generalney. *Potrzecie.* Z tych 4 pierwſzey części ściany, robię kwadrat 4 X 4 = 16, a produkt 16 odciągam od 18; Do reſzty zaś 2, ktore ſię po odciągnieniu pozoſtały, ſkładam naſtępuiącą drugą część liczby daney, to ieſt 49, y mam: 249. *Poczwarte.* Scianę wynalezioną 4 podwoiwſzy, 4 X 2 = 8, kładę ią za dzielnika tey drugiey części, y uważam ile razy 8 mieści ſię w 24 (nietykaiąc 9. punktem naznaczonych) a wieloraz 3 kładę y za drugą część ściany generalney, y oraz przydaię go na końcu Dzielnika 8. *Popiątę.* Rozmnożywſzy przez 3 dopiero wynalezione, całego dzielnika wraz z przydanemi do niego 3, produkt 249, odciągam od całey drugiey części liczby daney, także 249, y nic ſię nie zoſtaie; co znakiem ieſt, że dana liczba ieſt prawdziwie czworgranna. A ponieważ niema więcey części liczby daney, zakończyłem robotę.

Sciana więc ktorey ſzukałem, będzie w ſobie zamykała kamieni 43. Bo 43 w ſiebie wprowadziwſzy 43 X 43, wypadnie liczba

1849,

1849, daney liczbie 1849 we wszyſtkim rowna. Gdyby zaś po multyplikacyi więcey lub mniey wypadło od daney liczby, znakby to był, iż w wyciąganiu ściany błąd był popełniony, y na ten czas trzebaby robotę powtorzyć.

Przykład II. Liczy Hetman w ſwym woyſku żołnierzy: 10404. Tych w potrzebie chce uſzykować w kwadrat; pytam ile na każdy bok ma ich poſtawić, y wiele będzie wſzyſtkich ſzeregow?

	Liczba dana	Sciana
	1,04,04	102
	1	
20,2	0,404	
	404	

W tym przykładzie, że 2 Dzielnika nie mogę brać w drugiey części liczby daney, ktora tu ieſt cyfra, dla tego za drugą część ściany piſzę 0, a do tey drugiey części ſkładam trzecią część liczby daney, y mam 404, ktore przez ścianę podwoioną podzieliwſzy, wypada cała ściana liczby daney: 102, y pokazuie, iż w każdym ſzeregu ſtanąć powinno żołnierzy 102, powtore, iż tyle wſzyſtkich ſzeregow będzie. Z tey ściany kwadrat zrobiwſzy, wypadnie liczba dana.

Przykład III. Pewney Chorągwi, iż ſię walecznie z nieprzyiacielem potkała, daie Generał w nadgrodę odwagi y męztwa złotych 17956 w obozie nieprzyiacielſkim znalezione, pod tą kondycyą, aby tyle każdy wziął, ile ich

 było

było w Chorągwi owey. Pytam, ile każdemu żołnierzowi doſtanie ſię, y wiele było żołnierzy w owey Chorągwi?

Liczba dana	Sciana
1,79,56	134
1	
2,3 -79	
69	
26,4 1056	
1056	

Sciana wynaleziona pokazuie, iż w owey Chorągwi było żołnierzy 134, y każdy z nich wziął po zł: 134. Bo z tey liczby 134 kwadrat zrobiwſzy, wypadnie dana liczba: 17956.

Przykład IV. Mam wyciągnąc ścianę czworgraniaſtą z daney naſtępuiącey liczby:

Liczba dana	Sciana
6,24,37,65	2498 $\frac{3761}{4997}$.
4	
4,4 224	
176	
48,9 -4837	
4401	
498,8. -43665	
39904	
-3761.	

W tym przykładzie przy dywizyi drugiey czę-

części, 4 w 22, mogę brać pięć razy; lecz ponieważ produkt zmultyplikacyi całego dzielnika, przez ścianę 5 wypadaiący, większy ieſt nad drugą część liczby daney 224, od ktorey mam odciągać, przeto wieloraz zmnieyszam iednym, y za drugą figurę ściany kładę tylko 4, iakośmy wyżey przed pierwſzym przykładem powiedzieli.

9. Co ieſzcze w wyciąganiu ściany czworgranney uważać, y wiedzieć potrzeba?

To co naſtępuie: Jeżeli liczba dana nie ieſt ſpełna kwadratowa, tedy reſzta od oſtatniego odciągnienia pozoſtała, iaka ieſt w tym oſtatnim przykładzie: 3761 idzie na liczbę łamaną; w ktorey reſztę pozoſtałą kładę za Licznika, a za Mianownika ścianę wynalezioną podwoioną. Jeżeli zaś reſzta pozoſtała będzie większa nad ścianę wynalezioną, w ten czas ścianie podwoioney, maiącey bydź Mianownikiem, przydaię iedno. Tak w oſtatnim przykładzie, ponieważ reſzta 3761, większa ieſt nad ścianę znalezioną 2498, zaczym podwoiwſzy też ścianę: 2498 X 2, do produktu: 4996 przydaię 1, y mam frakcyą ścianie wynalezioney przyległą tę: $\frac{3761}{4997}$.

Racya tego ta ieſt: iż każdy kwadrat większy, mnieyſzego po ktorym zaraz naſtępuie, przewyżſza ścianą tegoż mnieyſzego kwadratu, przydawſzy 1, tak dalece: iż dodawſzy 1 do podwoioney ściany iakiegokolwiek kwadratu, a tę summę do kwadratu naybliższego mnieyſzego, wypadnie kwadrat naybliżſzy większy. N. p. 16 od 9, to ieſt kwadrat większy od mnieyſzego naybliżſzego, rożni się tą przewyżką: 3 + 3 + 1 = 7, albo iak się

 po-

powiedziało; ścianą kwadratu mnieyſzego podwoionego, z przydatkiem iedności. Tę więc ſummę 7 dodawſzy do kwadratu mnieyszego 9, wypaduie większy: 16; gdyż ściana kwadratu mnieyſzego ieſt 3. (n)

10. Jaki ieſt ſpoſob na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany kwadratowey?

Ponieważ wyciąganie ściany kwadratowey nic innego nie ieſt, tylko rodzay iakiś dywizyi, z tą tylko rożnicą, że w dywizyi poſpolitey ieſt liczba dana na Dzielnika, tu zaś Dzielnika ſzukać potrzeba, y to na każdą część liczby daney innego, ktorego z ściany wynalezioney dochodziemy; zaczym iak w dywizyi poſpolitey, tak y tu na probę doſyć będzie, ścianę wynalezioną przez ſiebie ſamę rozmnożyć, y do produktu przydać reſztę od oſtatniego odciągnienia, z liczby daney pozoſtałą: produkt generalny wypadaiący, powinien bydź rowny zupełnie liczbie daney. Tak w oſtatnim przykładzie ścianę: 2498 w ſię wprowadziwſzy, wypada: 6240004. Do tych przydawſzy reſztę pozoſtałą: 3761, wychodzi liczba dana: 6243765.

Ta

[n] Z frakcyi ściany znalezioney przyległey, wyciągaią niektorzy czworgranną ścianę przez naybliższe przychylanie się do rzetelney ściany, dodaiąc kilka par cyfer do reszty po odciągnieniu pozostałey, co w Matematyce niemały przynosi pożytek. Lecz ponieważ Arytmetyka nasza, zwłaszcza dla zaczynaiących pisana, wygodnie bez tego przybliżania ściany obeyść się może, umyślnie to opuszczamy, maiąc za cel w pisaniu krotkość.

Wyciąganie ściany kwadratowey przez Tablice Neperowe, ma dobrze opisane X. Solski w Nauce 17, Zabawy 14 Geometryi swoiey, na karcie 153, kto chce, niechay się tam uda.

Ta iest cała nauka o wyciąganiu ściany kwadratowey, mowmy teraz o kubiczney.

§. 2.

O wyciąganiu ściany sześciogranney z liczby daney.

11. CO iest liczba sześciogranna czyli kubiczna?

Jest to, iakośmy iuż powiedzieli, produkt liczby trzy razy w się wprowadzoney, iako n. p. Sześciogran 8, wypada z multyplikacyi liczby 2 X 2 X 2 = 8. Albo też: Jest to produkt z multyplikacyi kwadratu przez swoię ścianę. Tak rozmnażaiąc kwadrat 9 przez swoię ścianę 3, wypada sześciogran 27, ktory się inaczey nazywa stopniem trzecim.

12. Co to iest wyciąganie ściany sześciogranney z liczby daney?

Jest to wynalezienie takiey liczby, ktora przez siebie samę trzy razy rozmnożona, czyni, czyli rodzi liczbę zadaną, to iest sześciogran czyli kostkę wszerz, wzdłuż y wgłąb rownoboczną, ieżeli dana liczba iest zupełnie sześciogranna, ieżeli zaś nie, rodzi naywiększy sześciogran w owey liczbie zamknięty, n. p. Wyciągnąć ścianę sześciogranną z liczby daney 8, iest to wynaleść liczbę 2, ktora trzy razy w się wprowadzona, daną liczbę 8 rodzi.

13. Kiedy liczba dana nie wynosi więcey nad tysiąc, iak łatwo można mieć iey ścianę sześciogranną?

W ten czas można ią łatwo znaleść w tablicy następuiącey, n. p. Chcąc doyść iaka iest ściana sześciogranna 27; szukam w trzeciey

kolumnie tey liczby, y znayduię ią w trzecim rzędzie; więc 3 w tymże ſamym rzędzie w pierwſzey kolumnie położone, ſą ścianą ſześciogranną 27. Bo 3 X 3 = 9, też 9 X 3 = 27. Jeżeli zaś dana liczba nie ieſt rzetelny ſześciogran, w ten czas bierze ſię ściana naybliżſza liczbie zadaney. Tak liczby 170, ieſt ściana naybliżſza 5 &c: iakośmy wyżey o wyciąganiu ściany czworgraniaſtey powiedzieli.

Sciany	Czworgranie	Sześciogranie
1	1	1
2	4	8
3	9	27
4	16	64
5	25	125
6	36	216
7	49	343
8	64	512
9	81	729
10	100	1000

14. Kiedy liczba zadana wynoſi więcey nad tyſiąc, iak ſię z niey wyciąga ściana ſześciogranna?

W ten czas trzeba zachować naſtępuiące reguły: *Nayprzod.* Potrzeba daną liczbę, zaczynaiąc od ręki prawey, tak podzielić, aby w każdey części trzy figury znaydowały ſię, procz pierwſzey od ręki lewey, ktora czaſem dwie, a czaſem iednę tylko figurę mieć może. Jle będzie takich części, tyle bydź powinno figur w ścianie z całey liczby wyciągnioney. Procz tego trzeba, iak wyżey o wyciąganiu ściany czworgranney powiedzieliśmy, kłaść kropkę pod trzecią figurą od prawey reki, y znowu dwie we śrzodku opuściwſzy, pod ſzoſtą figurą, potym pod dziewiątą, dwunaſtą, y tak daley; zawſze po dwie figury we śrzodku po każdey kropce opuſzczaiąc.

Powtore. Pierwſzey części liczby daney ſzukam ściany ſześciogranney na tablicy ſześcio-

gra-

granow, ktorey ieżeli nie znayduię, biorę ścianę ſześciogranu naybliżey do niey przychylaiącego ſię, y piſzę ią na oſobnym mieyſcu, za pierwſzą część ściany generalney. Potym z tey ściany wynalezioney robię ſześciogran, y odciągam go od pierwſzey części liczby daney.

Potrzecie. Do reſzty, ieśli ſię iaka po tym odciągnieniu zoſtała, ſkładam naſtępuiącą drugą część ź liczby daney, lecz po znalezieniu Dzielnika iednę tylko z owey złożoney części liczbę, czyli figurę kropką naznaczoną brać będę, do ſzukania wieloraza. Dzielnika zaś drugiey części tak wynayduię: z ściany iuż wynalezioney robię kwadrat, y potraiam go, to ieſt multyplikuię go przez 3; Produkt ztąd wypadaiący będzie Dzielnikiem drugiey części; dopiero uważam, wiele razy ten Dzielnik w owey drugiey części zamyka ſię (nietykaiąc dwoch figur oſtatnich teyże części po kropce leżących) a wieloraz piſzę za drugą figurę ściany generalney.

Poczwarte. Przez wieloraz wynaleziony rozmnażam Dzielnika, a produkt piſzę pod temi liczbami, w ktorych ſię tenże Dzielnik zamykał; potym potraiam pierwſzą część ściany znalezioney, y rozmnażam ią przez kwadrat drugiey części teyże ściany; produkt ztąd wynikaiący piſzę pod pierwſzym produktem, iedną figurą ku prawey wyſtępuiąc. Naoſtatek robię ſześciogran z teyże drugiey części ściany wynalezioney, ktory piſzę pod drugim produktem, iedną znowu figurą ku prawey wyſtępuiąc. Dopiero te trzy produkta razem zbieram,

ram, y odciągam od drugiey części, wziętey wraz z oſtatniemi dwiema figurami za kropką ſtoiącemi.

Popiąte. Do reſzty, ieśli ſię iaka zoſtała, ſkładam dalſzą część z liczby daney, y ſzukam nowego Dzielnika, tak iakom wyżey w trzecim punkcie powiedział, robiąc kwadrat z ściany wynalezioney, y potraiaiąc go; produkt ztąd wypadaiący, będzie nowym Dzielnikiem. Uważam potym wiele razy zamyka ſię w części liczby daney, dwoch oſtatnich figur nietykaiąc. Wieloraz piſzę za trzecią część ściany generalney. Dopiero robię tym ſpoſobem, iakom w czwartym punkcie powiedział, produkta, ktore zebrane odciągam z trzeciey części liczby daney &c. Tym ſpoſobem można łatwo wyciągnąć ścianę ſześciogranną z liczby daney choćby naywiękſzey.

Wiedzieć zaś potrzeba, iż ieżeli wynaleziona ściana ſześciogranna będzie złożona ze trzech figur, pierwſza część ściany, do ſzukania czyli robienia produktow, powinna zamykać w ſobie dwie figury, a druga część iednę trzecią figurę. Jeżeli zaś będzie złożona ze czterech figur, pierwſza część powinna zamykać trzy figury; a druga część czwartą figurę, y tak daley. Przykłady całą tę naukę lepiey y dokładniey obiaśnią.

Przykład 1. Ma kto kamieni rowno ciosanych 1728, chce z nich ſześciogranny poſtument do poſągu kazać wyſtawić; pytam iak wiele na każdym boku wſzerz, wgłąb y wzdłuż kamieni kłaść będzie potrzeba?

Liczba

Liczba dana	Sciana ſześciogranna.
1,728	12

1

Dzielnik 3 | · 7,28

6

12

8

728

· · ·

Abym z daney liczby ścianę wyciągnął, daną liczbę podzieliwſzy na dwie części, widzę że iedności ściana ieſt 1, ktore piſzę za pierwſzą część ściany na boku; a że iedności ſześciogran ieſt 1, odciągam więc zaraz 1 od 1, nic ſię nie zoſtaie. Powtore ſkładam naſtępuiącą część z liczby daney, y zrobiwſzy Dzielnika 3, ſpoſobem przepiſanym, widzę, iż ſię w 7 dwa razy zamyka, piſzę ie więc za drugą część ściany generalney; potym trzy produkta według nauki wyżey podaney, uczyniwſzy, y razem zebrane od drugiey części odciągnąwſzy, zoſtaie ſię nic; co ieſt znakiem, iż dana liczba zupełnie ieſt ſześciogranna. Sciana zaś wynaleziona 12 pokazuie, iż na każdy bok owego poſtumentu kłaść potrzeba kamieni 12. Bo 12 X 12 daią 144. Te 144 X 12 daią 1728, ile było kamieni danych.

Przykład II. Chcę wyciągnąć ścianę kubiczną z naſtępuiącey liczby:

Liczba

Liczba dana	Sciana ſześciogran.
66,926,037	$406 + \frac{2621}{495726}$.
64	

48 | 29,26,

4800 | 29260,37 . a.

28800 . . c.
4320 . d.
216 . e.

2923416 . f.

. . . 2621 . g.

W tym przykładzie poſtępuiąc ſobie, podług reguł wyżey podanych, ponieważ w drugiey części liczby daney, Dzielnik 48 w 29 brać ſię nie może, zaczym za wieloraz piſzę cyfrę, a do drugiey części, ſkładam trzecią część z liczby daney, y zrobiwſzy nowego Dzielnika 4800, widzę, iż w 29,260 zamyka ſię 6 razy. Te więc 6 piſzę za trzecią figurę ściany, a potym robię produkta do odciągnienia ich z liczby podzielney; to ieſt wieloraz 6 rozmnażam przez Dzielnika 4800, wypada produkt: 28800, ktory piſzę przy c; potym potroiwſzy pierwſzą część ściany wynalezioney, wprowadzam ten produkt w kwadrat drugiey części ściany 6, y mam cały produkt, ktory piſzę przy d; naoſtatek robię ſześciogran z teyże drugiey części ściany 6, a produkt piſzę przy e. Te produkta razem zebrawſzy, piſzę ie przy f, y ten dopiero generalny produkt odciągam z liczby podzielney a, zoſtaie ſię 2621 przy g. Co pokazuie, iż liczba

czba dana nie ieſt zupełnie ſześciogranna czyli pełna. Sciana tedy ſześciogranna 406 nie ieſt ścianą rzetelną liczby daney, lecz tylko ścianą naywiękſzego ſześciogranu w owey liczbie zamykaiącego ſię. Dowod dobrze wyciągnioney ściany pełney niżey będzie ukazany.

Przykład III. Mam wyciągnąć ścianę pełną z naſtępuiącey liczby:

	Liczba dana	Sciana.
	12,454,901,432	2318.
	8	
Dzielnik 12 2giey części	4454,	
	36..	
	54.	
	27	
	4167	
Dzielnik 1587 3ciey części	.287901,	
	1587..	
	69.	
	1	
	159391	
Dzielnik 160083 4tey części.	128510432.	
	1280664..	
	44352.	
	512	
	128510432.	
	....	

Scia-

Sciana więc wynaleziona daney liczby ieſt: 2318. Ta trzy razy w ſię wprowadzona uczyni daną liczbę.

15. Jak inſi wyciągaią ścianę pełną z liczby daney?

Jnſi wyciągnąwſzy ścianę z pierwſzey części liczby daney, tak iak ſię powiedziało, iednę tylko figurę z drugiey części liczby daney ſkładaią, y uczyniwſzy ſobie Dzielnika ſpoſobem podanym, ſzukaią wieloraza, ktory znalaſſſzy, piſzą za drugą figurę ściany. *Powtore.* Z teyże znalezioney ściany robią ſześciogran, y odciągaią go od obydwoch części liczby daney, a reſztę zoſtaiącą pod liniiką wypiſuią. *Potrzecie.* Do tey reſzty przydawſzy iednę z trzeciey części liczby daney figurę, y znalaſſſzy nowego Dzielnika tymże ſamym co wyżey ſpoſobem, y wieloraz za trzecią figurę ściany napiſawſzy, z całey ściany ſześciogran uczyniwſzy, odciągaią ten produkt od wſzyſtkich części z liczby daney iuż branych. Y tak daley ſobie poſtępuią, kiedy tego potrzeba. Nierozciągam ſię nad obiaśnieniem tego ſpoſobu, bo mi ſię pierwſzy dokładnieyſzy zdaie.

16. Jeżeli ſię co zoſtaie po wyciągnieniu ściany ſześciogranney z liczby daney, czego to ieſt znakiem?

Znakiem to ieſt, iż takowa liczba ſpełna ſześciogranną nie ieſt, y ściana wynaleziona, nie ieſt ścianą rzetelną liczby daney, ale tylko ścianą naywiękſzego ſześciogranu w owey liczbie zawięraiącego ſię. Ponieważ tedy cała ściana liczby daney całkowitą liczbą wyrazić ſię nie może, przeto reſzta pozoſtała wyrażać

rażać się ma frakcyą, ktorey Licznikiem będzie taż sama liczba pozostała, a Mianownikiem przewyżka zmnieyszona iednym, ktora zachodzi między sześciogranem ściany wynalezioney, y sześciogranem większym naybliższym. Jako w drugim przykładzie widzieć można. Podobnie wyciągnąwszy ścianę sześciogranną ze 20, mam ścianę 2; reszta pozostała 12 będzie Licznikiem przyległey frakcyi, Mianownikiem zaś 19 — 1 = 18. Cała więc wynaleziona ściana będzie: 2 + $\frac{12}{18}$.

Racya tego ta iest: iż sześciogran większy, n. p. 27 przewyższa sześciogran naybliżey od siebie mnieyszy 8, ścianą 2 sześciogranu mnieyszego potroioną, y multyplikowaną przez ścianę 3 sześciogranu większego, z przydatkiem do produktu 1, to iest: 27 — 8 = 6 X 3 + 1 = 19. Albo też: każdy sześciogran przewyższa od siebie naybliższy mnieyszy, trzy razy wziętym kwadratem z ściany mnieyszego kwadratu, przydaiąc potroioną też samę ścianę, y do niey 1. Y dla tey przyczyny w żadnym wyciągnieniu ściany sześciogranney, reszta, ieśli iaka zbywa, nie może bydź większa, iak trzy razy wzięty kwadrat znalezioney ściany, oraz z przydaniem produktu potroioney teyże ściany, inaczey liczba dana miałaby ścianę iedną iednością większą, nad tę, ktora iest wynaleziona.

17. Jaka iest proba na doświadczenie dobrze wyciągnioney ściany sześciogranney?

Ta następuiąca: multyplikuie się trzy razy przez siebie samę znaleziona ściana, a do produktu dodaie się reszta od ostatniego odciągnienia pozostała, summa rowna liczbie daney

ney wypaść powinna; inaczey znakby był popełnioney iakiey omyłki. Tak w przykładzie drugim, ścianę znalezioną przez ſiebie trzy razy rozmnożywſzy, y dodawſzy reſztę pozoſtałą 2621, wypada dana liczba: 66926037. Oto wizerunek roboty:

```
     406
     406
   ------
    2436
    000.
  1624..
  --------
  164836  Kwadrat.
     406
  --------
  989016
  ......
659344..
---------
66923416  Sześciogran.
    2621  Reſzta.
---------
66926037. Liczba dana.
```

18. Jak ſię wyciąga ściana tak kwadratowa, iako y pełna z frakcyi danych?

Wyciąga ſię ściana tak z Licznika iako y Mianownika, ſpoſobem wyżey podanym o kwadratach y ſześciogranach, wypadnie frakcya za ścianę daney frakcyi, zwłaſzcza kiedy y Licznik y Mianownik ma ścianę rzetelną. Tak $\frac{4}{5}$ ſą ścianą czworgranną frakcyi $\frac{16}{25}$, a $\frac{3}{5}$ ſą ścianą ſześciogranną frakcyi $\frac{27}{125}$. (o)

§. 3.

[o] Jako wyciąganie ściany kwadratowey, tak y sześciogranney przez naybliższe do prawdziwey ściany przychylenie się z liczby niespełna sześciogranney opuszczamy, zwłaszcza, iż sześciogranne y wyższych sto-

§. 3.

O wynaydowaniu liczb śrzednich nieprzerwanie proporcyonalnych.

MOwiliśmy iuż wyżey, iż dwoiaka ieſt proporcya: ciągła czyli nieprzerwana, y proſta czyli porządna, y tamże podaliśmy ſpoſob na ſzukanie czwartey liczby proporcyonalney porządney. Tu ukażemy ſpoſob na ſzukanie liczb śrzednich proporcyonalnych.

19. Jak ſię danym dwom liczbom trzecia nieprzerwanie proporcyonalna wynayduie?

Z drugiey liczby robi ſię kwadrat, to ieſt w ſiebie ſamę wprowadza ſię, a produkt z tey multyplikacyi wypadaiący, dzieli ſię przez liczbę pierwſzą, wieloraz ukaże trzecią liczbę dwom danym liczbom nieprzerwanie proporcyonalną.

Niech będą dane dwie liczby: 2. 6, do ktorych trzeciey liczby nieprzerwanie proporcyonalney ſzukać mam. Według daney nauki 6 X 6, a produkt 36 podzieliwſzy przez 2, wypada 18 trzeci termin proporcyonalny. ∺ 2. 6. 18. Bo iako 2 w 6, tak 6 w 18 trzy razy ſpełna mieſzczą ſię. Fundament tego zamyka ſię *w Lem: 1wſzym* Roz: 3go.

Wiedzieć potrzeba, iż kiedy dane będą dwie liczby między ſobą pierwſze, to ieſt: kiedy iedna

---

pniow ściany, do Algebry szczegulnieyszym prawem należą, przez ktorey reguły daleko łatwiey znaydowane bywaią. Można w tey materyi czytać Arytm: X. Skaradkiewicza, y Naukę X. Solskiego 2ostą, Zab: 14, ktory także opisuie sposob wyciągania ściany sześciogran. przez Tabliczki Nepera, w Nauce 18. Zab: 14. Geometryi swoiey.

dna w drugiey fpełna kilkakroć brać fię nie może, w ten czas trzecia liczba nieprzerwanie proporcyonalna, nie w całkowitey liczbie, ale z przyłączoną frakcyą, wypadnie. Tak dawfzy dwie liczby: 2. 7, wypadnie trzecia proporcyonalna: 24 ✝ ½, to ieft: ∺ 2. 7. 24 ✝ ½.

20. Jak fię wynayduie między dwiema danemi liczbami śrzednia nieprzerwanie proporcyonalna?

Multyplikuią fię te dwie dane liczby między fobą, a z produktu wyciąga fię ściana kwadratowa; ta ściana będzie śrzednim terminem, między danemi dwoma liczbami nieprzerwanie proporcyonalnym.

Niech dane będą dwie liczby: 3. 27. między ktoremi fzukam liczby śrzedniey nieprzerwanie proporcyonalney: więc 3 X 27 = 81. Z tych 81 wyciągnąwfzy ścianę czworgranną, wypadnie ściana 9, czyli śrzedni termin proporcyonalny między danemi liczbami: 3 y 27, to ieft: ∺ 3. 9. 27. Bo iako 3 w 9, tak też 9 w 27, trzy razy fpełna miefzczą fię. Fundament tego mafz w tymże *Lem: pierwfzym* Rozdz: 3go.

Srzedni zaś termin Arytmetyczny tak fię znayduie: dane liczby dodaią fię, fummy połowa da termin Arytmetyczny proporcyonalny, n. p. 2. 8. Te liczby dodawfzy 2 ✝ 8 = 10, połowa fummy 5, daie śrzedni termin Arytmetyczny proporcyonalny, tak: 2. 5 ∷ 8.

21. Na co tu iefzcze mieć uwagę potrzeba?

Na to, iż ieżeli produkt danych dwoch liczb nie ieft rzetelny kwadrat, ani ściany kwadratowey prawdziwey wyciągnąć z niego nie można bez iakiey refzty, w ten czas między takiemi

kiemi liczbami śrzedniey liczby nieprzerwanie proporcyonalney znaleść żadną miarą nie można dla zachodzącey frakcyi.

Przeciwnie zaś ściana kwadratowa iest śrzednią liczbą proporcyonalną między iednym y swoim własnym kwadratem, dla tego iż każdy kwadrat można brać niby multyplikowany przez 1. Tak 4 ściana kwadratu 16, iest śrzednia liczba nieprzerwanie proporcyonalna, między 1 y 16. Bo ÷ 1. 4. 16; tak się ma 1 do 4, iak też 4 do 16.

22. Jak między dwoma liczbami, dwie śrzednie liczby nieprzerwanie proporcyonalne wynayduią się?

Wynayduią się następuiącym sposobem: kwadrat z pierwszey daney liczby zrobiony, rozmnaża się przez liczbę drugą, z produktu wyciągniona ściana sześciogranna, pokaże pierwszą śrzednią liczbę proporcyonalną. Podobnież kwadrat drugiey liczby rozmnaża się przez pierwszą liczbę daną, z tego produktu wyciągniona ściana sześciogranna, pokaże drugą śrzednią liczbę nieprzerwanie proporcyonalną.

Tak n. p. Chcąc znaleść między dwiema danemi liczbami 2 y 16, dwa terminy śrzednie nieprzerwanie proporcyonalne; *Nayprzod*. Czworgran 4, zrobiony ze 2, rozmnażam przez 16, toż z produktu 64 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 4, ta będzie pierwszą śrzednią liczbą proporcyonalną. *Powtore*. Kwadrat 256 zrobiony z 16 drugiey liczby daney, rozmnażam przez 2, a z produktu 512 wyciągnąwszy ścianę sześciogranną 8, ta będzie drugą śrzednią liczbą proporcyonalną, między 2 y 16.

Zaczym 2. 4. 8. 16. maią między sobą proporcyą ciągłą czyli nieprzerwaną; gdyż iak się maią 2 do 4, tak się maią też 4 do 8, a iak się maią 4 do 8, tak się maią też 8 do 16.

Tu także wiedzieć potrzeba, iż ieżeli z produktu kwadratu iedney liczby rozmnożonego przez liczbę drugą, ściany sześciogranney bez frakcyi wyciągnąć nie można, to między takowemi liczbami, śrzednich liczb nieprzerwanie proporcyonalnych żadną miarą znaleść nie można. Pożytek tych tu pytań ukaże się w następuiącym Rozdziale, w ktorym mowić będziemy o Progressyach.

§. 4.

Zamyka niektore użyteczne zadania, ktore się przez pomienione reguły rozwięzuią.

I. PRzez wyciągnienie ściany kwadratowey.

Zadanie I. Z lip 625 chcę ogrod kwadratowy zasadzić; pytam ile ich w każdym rzędzie mam mieścić?

Sciana wyciągniona pokazuie, iż na każdy rząd po 25 wypadnie.

Zadanie II. Chce kto dziki sad w kwadrat drzewkami wysadzić, w ktorymby 56 rzędow było; pyta ile mu drzewek na to potrzeba?

Z daney liczby robię kwadrat, produkt 3136 wskazuie mi, iż tyle drzewek potrzeba, aby w owym sadzie było rzędow 56, a w każdym rzędzie po 56 drzewek.

Zadanie III. Chce kto ogrod 24 szeregami drzewek wysadzić, ma na to tylko 568 drzewek, ktore na 23 tylko szeregow wysadzenie wystarczaią, y nad to zostaie się drzewek 39.

Pytam

Pytam wieleby drzewek ieſzcze potrzeba, aby 24 ſzeregow bydź mogło?

Scianę 23 podwaiam, a do produktu 46 przydaię 1, mam 47, od tych 47 odciągam pozostałych drzewek 39, zoſtaie ſię 8, ktore pokazuią, iż tyle drzewek ieſzcze potrzeba do owych 568, aby w ogrodzie owym było ſzeregow 24.

Albo też ze ściany 24 robię kwadrat, wychodzi 576, od tego odciągam 568 drzewek, przypada 8 drzewek dokupić.

Zadanie IV. Nauczyciel pewny rozdaie 324 iabłek między Uczniow ſwoich, pod tą kondycyą: aby każdemu po tyle ſię doſtało, ile wſzyſtkich było? Pytam wiele miał Uczniow, y wiele każdy z nich wziął iabłek?

Z tey liczby ścianę kwadratową wyciągnąwſzy, wypada 18. Tyle więc miał Uczniow, y po tyle każdy wziął iabłek.

Zadanie V. Matka daie ſwym dzieciom 162 orzechow, pod tą kondycyą, aby każde tyle dwoie wzięło, ile ich ieſt; pytam ile było wſzyſtkich dzieci, y ile każde orzechow wzięło?

Ponieważ każde ma brać po tyle dwoie, ile ich było, przeto liczbę daną potrzeba podzielić przez 2, a dopiero z wieloraza 81 wyciągnąć ścianę, wyniknie 9, tyle więc było dzieci, a każde wzięło po 18 orzechow.

Na probę robię z ściany 9 kwadrat, będzie 81, ten kwadrat rozmnażam przez 2, bo każde dwa razy tyle wzięło, co ich było, wyidzie dana liczba 162.

Zadanie VI. Po zgorzeniu pewnego Klaſztoru, wyſłani ſą Zakonnicy na zbieranie iałmużny. Po nieiakim czaſie powrociwſzy, po-

ſtrzegaią, iż każdy tyle uzbierał, ile ich wyſłanych było. Cała zaś ſumka od nich przynieſiona, czyni złot: 144. Pytam wiele było na kweście, y wiele każdy przynioſł?

Wypada ściana wyciągniona 12. To ieſt tyle ich było na kweście, y każdy po 12 złot: przynioſł.

Zadanie VII. Umieraiąc Oyciec zoſtawił Synom ſwoim zł: 1080, z tą kondycyą, aby każdy 30 razy tyle wziął, ile ich było. Pytam wielu miał Synow, y wiele każdemu doſtało ſię?

Daną liczbę przez 30 podzieliwſzy, a z wielorazu 36, ścianę kwadratową wyciągnąwſzy, wypadnie 6 Synow; każdy więc weźmie po złot: 180.

Zadanie VIII. Ma pewne Miaſto kwadratowych kamieni: 76176, każe z nich wyſtawić Ratuſz w kwadratową figurę. Pytam ile Rzemieślnik na każdy bok kamieni brać powinien?

Po wyciągnieniu ściany, wypada 276, tyle na każdy bok kamieni kłaść potrzeba.

Zadanie IX. Jeſt baſzta wyſoka na łokci 24, obwiedziona foſſą ſzeroką na łokci 10, chcąc wyſtawić drabinę, ktoraby do wierzchołka baſzty owey z dalſzego brzegu doſięgła; pytam na wiele łokci długa bydź powinna?

Nayprzod z wyſokości baſzty łokci 24 robię kwadrat = 576, a drugi z ſzerokości foſſy łokci 10 = 100. Powtore te dwa kwadraty razem znoſzę, a z ſummy 676 wyciągam ścianę kwadratową, ktora ukaże, iż drabina bydź długa powinna na łokci 26.

Zadanie X. Hetman liczy piechoty 7569, lecz z nich tylko 2240 ſą uzbroieni w pancerze,

rze, reſzta 5329 bez pancerzy. Chce więc uzbroionemi w pancerze zaſłonić bez pancernych, a to w figurę kwadratową. Pytam wielu ma poſtawić uzbroionych w pancerze w każdym rzędzie po końcach?

Nayprzod biorę bez zbroynych liczbę 5329, wyciągam z niey kwadrat, wypada ściana 73. Powtore wyciągam ścianę z całey liczby piechoty, to ieſt z 7569, wychodzi ściana 87; toż odciągam iednę ścianę od drugiey, wypadnie rożnica 14, tey połowa ieſt 7. Zaczym bez pancernych ſtawiać potrzeba w każdym rzędzie, iak ściana wyciągniona pokazuie po 73; w każdym zaś rzędzie przed niemi po bokach ſtawiać potrzeba po 7 uzbroionych w pancerze, tak po lewey, iako y po prawey ſtronie, to ieſt połowę rożnicy ścian wyciągnionych. Na probę do 73, przydaie 14 zbroynych w każdym rzędzie poſtawionych, będzie 87, z tego kwadrat uczyniony da liczbę daną.

II. Przez wyciągnienie ściany ſześciogranney.

Zadanie I. Ma kto kości ſześciobocznych 5832. Chce ie ułożyć w figurę ſześciogranną. Pytam wiele na każdym boku, to ieſt wſzerz, wzdłuż y wgłąb kłaść owych kości powinien?

Wyciągnąwſzy z daney liczby ścianę ſześciogranną, wypada 18. Tyle tedy na każdym boku kości kłaść potrzeba.

Zadanie II. Pewny myśli kazać wyſtawić ſtatuę; pyta wiele potrzeba mu ſprowadzić rowno ciosanych kamieni, aby poſtument do tey ſtatuy był w koſtkę na każdy bok 16 kamieni zabieraiący?

Z daney liczby 16 robię ſześciogran, y od-

powiadam, iż mu potrzeba ſprowadzić kamieni ciosanych 4096.

Zadanie III. Z dyametru kuli żelazney, kamienney, lub ołowianey, ważącey funt ieden, doyść iaki powinien bydź dyameter kuli dwoch funtowey, trzech funtowey *&c:* z tegoż ſamego materyału?

Daymy, że dyameter kuli funtowey dzieli ſię na części 10. Robię z tych 10 ſześciogran 1000, a rozmnożywſzy go przez 2, z produktu 2000 wyciągam ścianę ſześciogranną, ktora mi ukaże, ile takowych części, dyameter kuli dwoch funtowey, zamykać w ſobie powinien; to ieſt 12. Toż ſamo czynię ſzukaiąc dyametru kuli 3 funtowey, 4 funt: 5 funt: *&c:* to ieſt multyplikuię ſześciogran 1000 przez 3, 4, 5, a z produktow wyciągam ściany ſześciogranne, te pokażą dyameter na kulę 3, 4, lub 5 funtową.

Zadanie IV. Rura armatna ſzeroka na dwa cale, wyrzuca kulę funtową. Gdyby dziura owey armaty była na 4 cale; pytam iak wielką kulę wyrzucićby mogła?

Z calow danych robię ſześciograny, y tak ſobie poſtępuię: ieżeli 8 daie 1, 64 wiele dadzą? Wypadnie 8 funtow; tyle więc ważącą kulę wyrzucić może rura na 4 cale ſzeroka.

Zadanie V. Gdy ſtraſzna zaraza puſtoſzyła Ateny, Obywatele tameczni udali ſię do Apollina, pytaiąc, iakimby ſpoſobem to złe od ſiebie oddalić mogli? Odpowiedział Apollo: iż w ten czas powietrze uſtanie, gdy Ateńczykowie Ołtarz iego, ktory był ſześciogranny we dwoie powiękſzą. Ztąd ſławna urosła kweſtya o podwoieniu ſześciogranu.

Daymy, że ściana owego ſześciogrannego Ołta-

Ołtarza miała w ſobie ſtop Geometrycznych 15. Z tey ściany robię kwadrat 225, y rozmnażam go przez 30 ścianę podwoioną. Z produktu 6750 wyięta ściana ſześciogranna pokaże, że owego Ołtarza podwoionego bok ieden powinien był mieć ſtop Geometrycznych $18 + \frac{918}{1026}$.

Ale iuż podźmy do progreſſyi.

ROZDZIAŁ V.

O ſkokach liczb czyli progreſſyach, y o ich regułach.

§. 1.

O progreſſyi Arytmetyczney y Geometryczney w poſpolitości.

1. CO to ieſt ſkok liczb czyli progreſſya? Progreſſya albo ſkok w liczbach, ieſt to nieprzerwany ſzereg liczb wielu, w iedneyże do ſiebie będących proporcyi, y tenże ſam wzgląd maiących, n. p: 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. *&c:* iako niżey.

2. Zkąd ſię rodzą ſkoki liczb czyli progreſſye?

Rodzą ſię z proporcyi ciągłey, w ktorey drugi termin dwa razy ſię bierze, raz iako naſtępuiący, drugi raz iako poprzedzaiący, o czym było wyżey, y zowie ſię śrzedni proporcyonalny. Jeżeli tedy proporcye ciągłe, czyli to Arytmetyczne, n. p: 3. 5. 7. czyli Geometryczne, n. p: 2. 4. 8. więcey iak trzy terminy w ſobie zamykaią, zowią ſię progreſſyami, albo ſkokami liczb.

3. Wieloraka tedy ieſt progreſſya czyli proporcya liczb?

Progreſſya albo ſkok liczb ieſt dwoiaki: Arytmetyczny albo wolny, y Geometryczny albo prędki.

4. Co ieſt ſkok Arytmetyczny albo wolny?

Jeſt to ſzereg liczb wielu rowno ſię przewyżſzaiących iednąż rożnicą albo przewyżką: to ieſt, kiedy więkſzość lub mnieyſzość, ktoremi ſię terminy ciągnących ſię liczb wiążą między ſobą, będą też ſame y iednoſtayne: n. p.

Rząd 1wſzy.	1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
drugi.	1.	3.	5.	7.	9.	11.	13.
trzeci.	2.	4.	6.	8.	10.	12.	14.
czwarty.	3.	6.	9.	12.	15.	18.	21.
piąty.	35.	30.	25.	20.	15.	10.	5.

W pierwſzym rzędzie każdy termin naſtępuiący iednym ieſt więkſzy nad poprzedzaiący. W drugim rzędzie każdy naſtępuiący dwoma ieſt więkſzy od poprzedzaiącego, y tam daley.

5. Jak tey rożnicy czyli przewyżki dochodzić trzeba?

Termin pierwſzy odciągam od drugiego, albo ktorykolwiek od tuż naſtępuiącego, reſzta będzie rożnicą czyli przewyżką, iak w położonych przykładach widzieć można.

6. Zkąd y iak rośnie ſkok Arytmetyczny albo wolny?

Rośnie przydaiąc rożnicę terminow tey liczbie, po ktorey chcę rozciągnąc progreſſyą. N. p. Chcąc te terminy: 3. 5. 7. daley rozciągnąć, dodaię do 7 rożnicę 2, mam 9; do 9 przydaię rożnicę 2, mam 11, y tak daley.

7. Co

7. Co ieſt ſkok Geometrzyczny albo prędki?

Jeſt to ſzereg liczb wielu w teyże ſamey y iednoſtayney proporcyi roſnących, to ieſt: w podwoyney, potroyney, poczworney, y tam daley, to ieſt: kiedy terminy owe maią między ſobą wyraźnie proporcyą ciągłą, wzgląd ten między terminami zachodzący, zowie ſię ſkokiem prędkim czyli Geometrycznym. Oto przykłady:

Podwoyna.	1.	2.	4.	8.	16.	32.
Potroyna.	1.	3.	9.	27.	81.	243.
Poczworna.	1.	4.	16.	64.	256.	1024.
Pięciorna.	1.	5.	25.	125.	625.	3125.

8. Co to ieſt progreſſya podwoyna, co potroyna, poczworna &c?

Podwoyna ieſt, w ktorey Mianownik czyli Wieloraz, albo wſkazownik ieſt 2. Potroyna w ktorey 3. Poczworna w ktorey 4; y tam daley.

9. Co to ieſt ten Mianownik, iak ſię dochodzi czyli poznaie?

Mianownik w progreſſyi Geometryczney ieſt to, ta liczba, po ktorey poznaiemy wzgląd proporcyi między liczbami zachodzący.

Dochodzi ſię zaś tak: liczbę naſtępuiącą dzielę przez poprzedzaiącą; Wieloraz będzie Mianownikiem. Tak w pierwſzym rzędzie, dzieląc 2 przez 1, albo 4 przez 2, albo 8 przez 4, zawſze wychodzi Mianownik 2. Także w drugim rzędzie dzieląc 3 przez 1, albo 9 przez 3, wypada Mianownik 3, y tak daley.

10. Jak roſną terminy progreſſyi Geometryczney?

Roſną tak: termin oſtatni, po ktorym mam roz-

rozciągnąć progreſſyą, multyplikuię przez Mianownika, produkt będzie terminem naſtępuiącym, n. p. Chcąc rozſzerzyć ſkok podwoyny 6 terminow maiący, termin oſtatni 32 multyplikuię przez 2, wychodzi produkt za termin naſtępuiący siodmy 64, y tak daley. (p)

11. Na co ſię zdadzą te obydwie progreſſye czyli ſkoki liczbowe?

Na to, ażebyśmy wſzyſtkich terminow, ilekolwiek ich bydź może, ſzereg krotko y łatwo bez uprzykrzonego zwłaſzcza w przydłużſzych rachubach dodawania, w iednę ſummę znieść mogli.

Już nieco obſzerniey o własnościach y pożytku obydwu tych progreſſyi w ſzczegulności pomowmy.

§. 2.

O ſkoku wolnym czyli Arytmetycznym.

12. KTore ſą *Lemmata*, na ktorych ſię wſzyſtkie reguły progreſſyi Arytmetyczney zaſadzaią?

Te trzy naſtępuiące:

Lemma I. W progreſſyi Arytmetyczney z wielukolwiek terminow ſkładaiącey ſię, ſumma terminow kraynych, to ieſt zebranie w iednę kwotę pierwſzego y oſtatniego terminu, rowna

---

[p] Wiedzieć potrzeba, iż terminy proporcyi Geometryczney pięciorako odmieniać można bez naruszenia proporcyi liczb, to iest: wspak ie obracaiąc, przemieniaiąc, składaiąc, rozmnażaiąc y dzieląc. Niech będą te terminy proporcyonalne: 1. 2. 4. 8. Wspak ie obracaiąc stać będą tak: 2. 1. 8. 4; przemieniaiąc tak: 1. 4. 2. 8. Składaiąc, czyli dodaiąc tak: 1 † 1. 2. 4 † 4. 8. Taż sama będzie proporcya mnożąc, lub dzieląc terminy proporcyonalne przez iednęż liczbę.

wna ſię ſummie dwoch terminow, od tychże kraiu rownie odległych. Tak w ſześciu naſtępuiących terminach ſkoku wolnego:

2. 4. 6. 8. 10. 12.

2 + 12 = 4 + 10 = 14.

2 + 12 = 6 + 8 = 14.

Lemma II. W progreſſyi Arytmetyczney, ktorey terminy nie ſą do pary, ſumma kraynych terminow, albo dwoch ktorychkolwiek, rownie od kraiu odległych, dwa razy większa ieſt nad śrzedni termin. Tak w naſtępuiącey progreſſyi:

2. 4. 6. 8. 10. 12. 14.

Summy 2 + 14; 4 + 12; 6 + 10, zawsze dwakroć ſą większe od 8 liczby we śrzodku dańey progreſſyi zoſtaiącey.

Lemma III. W każdey progreſſyi Arytmetyczney, termin ktorykolwiek wzięty, zamyka w ſobie termin pierwſzy, to ieſt: termin naymnieyſzy y przewyżkę, ktora między temiż terminami zachodzi, tyle razy wziętą, ile ieſt terminow od pierwſzego terminu aż do niego. Tak w naſtępuiącym ſkoku:

3. 6. 9. 12. 15. 18.

Termin trzeci tego ſkoku 9, zamyka w ſobie pierwſzy termin 3 y przewyżkę 3, ktora tu między terminami zachodzi, dwa razy wziętą tak: 9 = 3 + 3 + 3 = 9. Podobnie 12 termin czwarty, zamyka w ſobie pierwſzy 3 y przewyżkę 3, trzy razy wziątą; gdyż 12 = 3 + 3 + 3 + 3 = 12. *&c.*

13. Jaki wnioſek y pożytek z tego trzeciego Lemmatu wypływa?

Ten niezawodny: iż ieżeli przez przewyżkę, między terminami ſkoku Arytmetycznego

zacho-

zachodzącą, rozmnożę liczbę terminow wszystkich procz pierwszego, a do produktu dodam termin pierwszy naymnieyszy, to mi w owey progressyi wypadnie termin naywiększy. Tak w ostatnim przykładzie przez przewyżkę 3, rozmnożywszy liczbę terminow, ktorych tu iest procz pierwszego 5, a do produktu dodawszy pierwszy naymnieyszy termin 3, będę miał 18, termin naywiększy w daney progressyi; gdyż 3 X 5 = 15, a 3 = 18. O czym ieszcze będzie niżey.

14. Wiele rzeczy w każdey progressyi czyli skoku Arytmetycznym zważać potrzeba?

Te pięć następuiące: I. Termin naymnieyszy. II. Termin naywiększy. III. Liczbę terminow. IV. Pospolitą przewyżkę. V. Summę terminow daney progressyi. Tyle więc wypływa reguł na wzmiankowanych liczb czyli terminow wynalezienie.

ZADANIE I.

15. Gdy będą dane naymnieyszy y naywiększy, to iest: pierwszy y ostatni w progressyi Arytmetyczney terminy, y liczba wszystkich terminow, iak się znayduie wszystkich tych terminow summa generalna?

Reguła. Do terminu naywiększego przydaie się naymnieyszy, a summę zmultyplikowawszy przez połowę wszystkich terminow, produkt ztąd wypadaiący ukaże summę generalną całey owey progressyi.

Przykład. Chcę wiedzieć wiele czynią wszystkie uderzenia godzin Zegaru Rzymskiego, począwszy od pierwszey godziny do dwonastey,

w pro-

w progreſſyi liczb Arytmetyczney porządkiem naturalnym idących: 1. 2. 3. 4. &c?

W tey progreſſyi naymnieyſzy termin ieſt 1, naywiękſzy 12, wſzyſtkich oraz progreſſyi terminow ieſt 12. Zaczym podług daney reguły, naymnieyſzy termin 1, przydawſzy do naywiękſzego 12, będzie 13; ktorą ſummę rozmnożywſzy przez połowę wſzyſtkich terminow, to ieſt przez 6. tak: 13 X 6. mam produkt 78, ktory mi ukazuie wſzyſtkie uderzenia godzin zegaru, od pierwſzey aż do dwonaſtey. Ten produkt 78 podwoiwſzy, będę miał uderzenia przez cały dzień naturalny 156.

Reguła ta zaſadza ſię na *Lem: I.* w ktorym pokazaliśmy, że ſumma terminow kraynych rowna ieſt ktorymkolwiek dwom terminom od tychże krain rownie odległych, a zatym produkt z pierwſzego y oſtatniego terminu, przez połowę terminow rozmnożonego, koniecznie rowny bydź muſi ſummie wſzyſtkich terminow w wolney progreſſyi będących. Multyplikacya bowiem ieſt to Addycya kilkakroć powtorzona.

Ztąd wypływa, iż ſummę całey progreſſyi wolney można ieſzcze mieć: *Nayprzod:* połowę ſummy z pierwſzego y oſtatniego terminu zebraney, przez liczbę wſzyſtkich terminow multyplikuiąc. *Powtore:* Summę pierwſzego y oſtatniego terminu przez całą liczbę terwinow rozmnożywſzy, produkt ten przez 2 dzieląc.

Kiedy zaś terminy w progreſſyi Arytmetyczney trafią ſię nieparzyſte, w ten czas podług *Lem: II.* przez termin śrzedni rozmno-

żywſzy

żywſzy liczbę terminow nieparzyſtych, produkt da ſummę wſzyſtkich terminow progreſſyi wolney. W tym bowiem *Lem: II.* pokazaliśmy, iż termin śrzedni rowny ieſt połowie ſummy z pierwſzego y oſtatniego terminu zebraney.

ZADANIE II.

16. Gdy będą dane terminy naymnieyſzy y naywiękſzy, y liczba terminow, iak ſię znayduie przewyżka między terminami owey progreſſyi zachodząca?

Reguła. Od naywiękſzego terminu odciąga ſię naymnieyſzy, a reſzta dzieli ſię przez liczbę terminow iednym zmnieyſzoną. Wieloraz ukaże przewyżkę między terminami ſkoku zachodzącą.

Przykład. Jeſt woyſko w tryanguł uſzykowane, ktorego pierwſzy, to ieſt naymnieyſzy rząd 2 żołnierży zabiera; oſtatni rząd czyli naywiękſzy termin zabiera 120. Niechay będzie 60 rzędow; pytam iaka między temi rzędami zachodzi przewyżka? to ieſt wielu żołnierzami ieden rząd drugi przechodzi, czyli przewyżſza?

Od naywiękſzego tedy terminu 120, odciągam naymnieyſzy 2, a reſztę 118 podzieliwſzy przez liczbę terminow iednym zmnieyſzoną, to ieſt przez 59; Wieloraz 2 pokazuie zachodzącą przewyżkę, to ieſt, iż każdy naſtępuiący termin od poprzedzaiącego 2 ieſt więkſzy.

Reguła ta gruntuie ſię na *Lem: III.* Bo 120 zamyka w ſobie naymnieyſzy termin 2, y nad

to

to przewyżkę 2, tyle razy wziętą, ile ieſt terminow w progreſſyi, począwſzy od 2 aż do 120, to ieſt: zamyka 59 razy tę przewyżkę 2, co uczyni 118; przydaiąc pierwſzy termin 2, będzie 120. A zatym odciąwſzy termin naymnieyſzy, reſzta zamyka w ſobie tyle razy przewyżkę, ile ieſt terminow progreſſyi zmnieyſzonych 2; więc reſztę owę podzieliwſzy przez liczbę terminow iednym zmnieyſzoną, wypaść powinna przewyżka między terminami zachodząca.

ZADANIE III.

17. Gdy będą dane terminy naymnieyſzy y naywiękſzy, y przewyżka, iak ſię znayduie liczba wſzyſtkich terminow?

Od naywiękſzego terminu odciągam naymnieyſzy, a reſztę podzieliwſzy przez przewyżkę, Wieloraz iednym powiękſzony, ukaże wſzyſtkich terminow liczbę.

Przykład. Jubiler pewny przedaie kilka pereł, pierwſzą n. p. za 4 talery bite, drugą za 10, y tak daley poſtępuiąc przez przewyżkę 6 aż do oſtatniey, ktorą przedał za 478 talerow bitych. Pytam wiele miał wſzyſtkich pereł?

Odciągam termin naymnieyſzy 4 od naywiękſzego 478, a reſztę 474 podzieliwſzy przez przewyżkę 6, wypada 79, do tego przydawſzy 1, mam 80, liczbę terminow, czyli pereł ſprzedanych.

Reguła ta gruntuie ſię na *Lem: III.*

ZA-

ZADANIE IV.

18. Gdy będą dane termin naymnieyſzy, przewyżka y liczba terminow, iak ſię znayduie termin naywiękſzy?

Dana liczba terminow iednym zmnieyſzana przez przewyżkę rozmnaża ſię, do tego produktu dodawſzy termin naymnieyſzy, ſumma ztąd wynikaiąca będzie naywiękſzym terminem.

Przykład. Ośmiu ubiegaiącym ſię do mety wyznaczono nadgrody, tak, aby ten, ktory oſtatni do mety dobiegł, wziął 4 złote, przedoſtatni 7, przed przedoſtatni 10, y tak daley w progreſſyi przez przewyżkę 3 roſnącey. Pytam, wiele ſię temu należy, ktory pierwſzy do mety dobiegł?

Przez przewyżkę tedy 3 multyplikuię liczbę terminow 8 — 1, to ieſt 7; wychodzi produkt 21, przydawſzy do niego termin naymnieyſzy 4, mam w pomienioney progreſſyi termin naywiękſzy 25. Tyle więc pierwſzy nadgrody weźmie.

Ta reguła zaſadza ſię na *Lem: III.*

Tymże ſamym ſpoſobem dochodzi ſię iakikolwiek inſzy termin zamierzony, czyto piąty, czy ſiodmy *&c.*

ZADANIE V.

19. Gdy będą dane termin naywiękſzy, liczba terminow y przewyżka, iak ſię termin naymnieyſzy wynayduie?

Dana przewyżka multyplikuie ſię przez liczbę

czbę terminow iednym zmnieyszoną, a produkt odciągnąwszy od terminu naywiększego, wypadnie termin naymnieyszy.

Przykład. Rzemieślnik podiął się pewney roboty, pod tą kondycyą, aby mu codziennie pięcią groszy przyczyniano nad płacą dnia pierwszego, do pokiby roboty nieskończył. Robił więc dni 15, y wziął dnia ostatniego od roboty dzienney groszy 100. Pytam ile wziął dnia pierwszego?

W tym przykładzie przewyżkę 5 rozmnażam przez liczbę terminow iednym zmnieyszoną 15 — 1, to iest przez 14, a produkt 70 odciągam od terminu naywiększego 100, wypada mi naymnieyszy termin 30. Tyle więc groszy wziął dnia pierwszego. Przez wszystkie zaś dni podług reguły pierwszego zadania zarobił gr: 975. czyli zł: 32. gr: 15.

Ta reguła zasadza się na *Lem: III.*

§. 3.

O skoku prędkim czyli progressyi Geometryczney.

20. KTore są *Lemmata*, na ktorych się reguły Geometryczney progressyi zasadzaią?

Dwa następuiące:

Lemma I. W każdey progressyi Geometryczney, ieżeli dwa iakiekolwiek terminy między sobą rozmnożone będą, a produkt przez pierwszy termin progressyi podzielony będzie, za Wieloraz wypadnie termin tyle mieyscami odległy od terminu pierwszego, ile iedności zamykaią w sobie wskazowniki razem wzięte obydwu terminow multyplikowanych.

Te zaś wſkazowniki (*Indices*) nie co innego ſą, tylko liczby porządkiem naturalnym, pod każdym progreſſyi Geometryczney terminem napiſane, zaczynaiąc od cyfry; tak: 0. 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7 *&c.* Y tak w naſtępuiącey progreſſyi, napiſawſzy pod każdym terminem progreſſyi liczby naturalne, zaczynaiąc od cyfry:

3. 6. 12. 24. 48. 96. *&c.*
0. 1. 2. 3. 4. 5.

Jeżeli rozmnożę między ſobą dwa ktorekolwiek terminy, n. p. 6 X 48, a produkt 288 podzielę przez termin pierwſzy 3, będę miał za Wieloraz termin: 96, ktory w tey progreſſyi pięcią mieyſcami od pierwſzego terminu ieſt odległy, iako wſkazowniki multyplikowanych przez ſię terminow 1 + 4 = 5 ukazuią. Liczby więc te pod terminami ſkoku Geometrycznego położone, zowią ſię wſkazuiące, albo wſkazowniki, bo nam wſkazuią, iak daleko każdy termin odległy ieſt od terminu pierwſzego. Wſkazuią zaś mnieyſce, czyli liczbę terminow iednością zmnieyſzoną. Tak: 48, ktorych wſkazownik ieſt 4, ſą piątym terminem progreſſyi. Na co pomnieć, wiele pomoże do kweſtyi rozwięzywania.

Lemma II. W każdey progreſſyi Geometryczney podwoyney, naywiękſzy termin wyiąwſzy z niego pierwſzy, rowny ieſt wſzyſtkim innym terminom razem wziętym. W progreſſyi zaś potroyney, naywięſzy termin wyiąwſzy z niego pierwſzy, ieſt dwa razy więkſzy nad wſzyſtkie inne terminy razem zebrane, *&c.* Tak n. p. w tey progreſſyi: 1. 2. 4. 8. 16, odciągnąwſzy termin naymnieyſzy 1 od

nay-

naywiękſzego 16, zoſtaie ſię 15. Te 15 rowne ſą wſzyſtkim terminom razem znieſionym: 1 ✝ 2 ✝ 4 ✝ 8 = 15.

ZADANIE I.

21. Gdy danych będzie kilka terminow progreſſyi Geometryczney, iak ſię znayduie termin naywiękſzy, albo inny ktorykolwiek, niedochodząc nawet terminow śrzednich?

Reguła. Potrzeba dwa terminy albo y więcey w owey progreſſyi multyplikować między ſobą, ale takie, ktorychby wſkazowniki wraz wzięte zamykały w ſobie tyle iedności, iedną mniey, ile ich ma ta liczba, nad ktorą terminu ſzukam, a produkt ztąd wynikaiący, podzieliwſzy przez termin pierwſzy, wieloraz pokaże termin, ktorego ſzukam.

N. p. Niech będą dane naſtępuiące terminy progreſſyi Geometryczney:

5. 10. 20. 40. 80. 160 *&c.*
0. 1. 2. 3. 4. 5.

W ktorey progreſſyi chcę znaleść termin ſzeſnaſty. Wſkazownik tego terminu będzie 15, to ieſt liczba iednym mnieyſza od mieyſca terminu zamierzonego.

Biorę więc n. p. termin ſzoſty 160, ktorego wſkazownik 5 dwa razy wzięty czyni 10. Multyplikuię te 160 przez ſiebie ſame, to ieſt 160 X 160, wypada produkt: 25600, ktory podzieliwſzy przez termin pierwſzy 5, mam za wieloraz 5120 termin iedenaſty, ktorego wſkazownik ieſt 10. Ten iedenaſty termin 5120, multyplikuię znowu przez termin ſzoſty 160, maiący wſkazownika 5, wychodzi

produkt: 819.200, ktory podzieliwſzy przez termin pierwſzy, mam za wieloraz 163840 termin ſzeſnaſty, ktorego wſkazownikiem będzie liczba 15, iednym mnieyſza od mieyſca terminu zamierzonego. Gdyż wſkazownik 10 ✝ 5 = 15. Mam więc termin ſzeſnaſty znaleziony 163840 z liczbą wſkazuiącą czyli wſkazownikiem 15.

Albo też tenże termin ſzeſnaſty tak wynayduię: Biorę dwa terminy n. p. 40 y 160, pod ktoremi wſkazowniki wraz wzięte czynią 8, to ieſt: 3 ✝ 5 = 8, y rozmnożywſzy 40 przez 160, a produkt 6400 przez pierwſzy termin 5 podzieliwſzy, będę miał termin ośmy 1280 z wſkazownikiem 8. Potym wynaleziony termin ośmy 1280 multyplikuię przez 20, to ieſt przez termin trzeci, wypada produkt 25600, ktory podzieliwſzy przez termin pierwſzy 5, mam za wieloraz iedenaſty termin 5120 z wſkazownikiem 10. Bo wſkazownik 8 ✝ 2 = 10. Naoſtatek ażebym miał termin ſzeſnaſty z wſkazownikiem 15, termin iedenaſty dopiero znaleziony 5120, multypliknię przez termin ſzoſty 160, ktory pod ſobą ma wſkazownika 5, to ieſt 5120 X 160, wychodzi produkt 819200, ktory podzieliwſzy przez termin pierwſzy 5, wieloraz 163840, ukaże mi termin ſzeſnaſty z wſkazuiącą liczbą 15.

Jeżeli ieſzcze chcę ſzukać terminu dalſzego w teyże ſamey progreſſyi, n. p. 29, multyplikuię termin iedenaſty 5120 przez 163840 termin ſzeſnaſty, a produkt: 838860800 podzieliwſzy przez termin pierwſzy 5, wypadnie termin 26ſty: 167772160 z wſkazownikiem 25. Bo wſkazownik 10 ✝ 15 = 25. Potym

wyna-

wynaleziony termin 26ſty: 167772160 multyplikuię przez termin czwarty 40, ktory ma wſkazownika 3. (termin bowiem 29ty powinien mieć wſkazownika 28, a zaś 25 + 3 = 28) po uczynioney multyplikacyi wypada produkt: 6710886400, ktory podzieliwſzy przez termin pierwſzy 5, wieloraz: 1342177280 ukazuie mi termin 29ty teyże progreſſyi ze wſkazownikiem 28. Tym ſpoſobem znayduią ſię terminy choćby nayodlegleyſze. Krotko mowiąc: toż ſamo ieſt ſzukać w daney progreſſyi terminu n. p. 54, co ſzukać terminu takiego, ktoregoby wſkazownik był 53, iednym mnieyſzy od mieyſca terminu, ktorego ſzukam.

Ten drugi ſpoſob, wynalezienia ktoregokolwiek w daney progreſſyi terminu, ieſt dokładnieyſzy y lepſzy; bo pierwſzy tę ma wadę, iż nie na każdy ſkok zamierzony ſłuży; gdyż czaſem termin zamierzony przenoſi, a czaſem niedociąga. Doświadczaiący łatwo to poznać może.

Reguła ta zaſadza ſię na *Lem: I.* Każdy bowiem wieloraz z multyplikacyi y dywizyi dwoch terminow wynikaiący, tylu mieyſcami odległy bydź powinien od terminu pierwſzego, ile iedności zamykaią w ſobie wſkazujące liczby, czyli wſkazowniki razem wzięte, obydwu terminow między ſobą multyplikowanych.

ZADANIE II.

22. Gdy będą dane termin naymnieyſzy, naywiękſzy, y Mianownik progreſſyi Geometryczney, iak ſię wynayduie generalna ſumma wſzyſtkich terminow?

Od terminu naywiękſzego odciąga ſię naymnieyſzy, a reſztę podzieliwſzy przez Mianownika progreſſyi iednym zmnieyſzonego, y do wieloraza przydawſzy termin oſtatni, wypadnie generalna ſumma wſzyſtkich terminow razem zebranych.

Przykład. Przedaie kto konia na cztery nogi kowanego; nic więcey za niego nie chce, tylko zapłaty za ſame ufnale, ktorych ſię w podkowach znayduie 24. Ale w ten ſpoſob: aby mu za pierwſzy ufnal dano 2 gr: za drugi gr: 4, za trzeci gr: 8, za czwarty 16, y tak daley w podwoyney progreſſyi Geometryczney. Pytam iaka ſumma gr: wypadnie za tego konia?

Znalazłſzy oſtatni termin w tey progreſſyi, przypadnie za oſtatni czyli 24ty ufnal groſzy 16,777,216. Od tęgo więc oſtatniego terminu w progreſſyi Geometryczney odciągam termin pierwſzy 2, a reſztę 16,777,214, podzieliwſzy przez Mianownika iednym zmnieyſzonego, to ieſt przez 2 — 1; lecz że 1 liczb niedzieli, mam za wieloraz tęż ſamę ſummę: 16,777,214, do ktorey przydawſzy oſtatni w progreſſyi termin 16,777,216, wypadnie ſumma generalna groſzy: 33,554,430, ktorą podzieliwſzy przez 30 gr: będę miał cenę owego konia złotych 1.118.481.

Okazanie tey operacyi. W każdey progreſſyi Geometryczney, iak ſię ma Mianownik iednym zmnieyſzony do iednego, tak ſię ma naywiękſzy termin naymnieyſzym terminem zmnieyſzony, do ſummy ze wſzyſtkich terminow w progreſſyi zebranych, wyiąwſzy tenże ſam termin oſtatni. Tak n. p. dawſzy na-

ſtępu-

ſtępuiącą progreſſyą Geometryczną w proporcyi potroyney: 3. 9. 27. 81; będzie ſię miał Mianownik 3 iednym zmnieyſzony do 1, to ieſt: 2. 1. iak ſię ma termin naywiękſzy zmnieyſzony terminem naymnieyſzym, to ieſt: 81 — 3 = 78, do całey ſummy progreſſyi, wyiąwſzy tenże ſam oſtatni termin, to ieſt do 3 + 9 + 27 = 39.

2. 1 : : 78. 39.

Zaczym podzieliwſzy 78 przez 2, mam 39; do tych 39 dodawſzy oſtatni termin 81, mam 120, ſummę wſzyſtkich terminow w owey progreſſyi będących.

23. W progreſſyi Geometryczney podwoyney iak łatwiey y krocey ſummę znaleść można?

Znayduie ſię łatwo tym ſpoſobem: Oſtatni termin podwaiam, a od produktu odciągam termin pierwſzy. Tak w wſpomnionym o ufnalach przykładzie, termin oſtatni 16,777,216 podwoiwſzy, a od produktu termin pierwſzy 2 odciągnąwſzy, mam ſummę gr: tęż ſamę, co y pierwey: 33,554,430, czyli zł: 1,118,481.

Przyczyna tego ta ieſt oczywiſta: iż w tey mierze Mianownik 2 iednym zmnieyſzony ieſt 1, ktore liczby dzielić nie może. Zaczym dodać do wieloraza oſtatni termin, ieſt to, wziąść go dwa razy, czyli podwoić.

Na wynaydowanie naymnieyſzego terminu, liczby terminow y Mianownika, czyli względu między terminami zachodzącego, niekładziemy ſpoſobu, ani reguł; gdyż prawie zawſze termin naymnieyſzy y liczba terminow w progreſſyi Geometryczney wiadome daią ſię; a na wynalezienie poſpolitego Mianowni-

ka, czyli względu między terminami zachodzącego, ſpoſob iuż wyżey podaliśmy, mowiąc w powſzechności o progreſſyi Geometryczney.

§. 4.

Zamyka w ſobie niektore ciekawe przykłady, ktore ſię przez progreſſye rozwięzuią.

I. Przykłady na progreſſyą Arytmetyczną.

I. Rzemieślnik pewny ſkończywſzy znaczne dzieło za dni 30, odebrał umowioną nadgrodę; y ſpytany od przyiaciela, ileby zyſkał, odpowiedział: iż pierwſzego dnia wziął złoty 1, drugiego 5, y tak daley w progreſſyi Arytmetyczney. Pytam ſię, ile wziął dnia oſtatniego, y wiele przez wſzyſtkie dni zyſkał?

Znalaſſzy termin oſtaſtni, mam dnia oſtatniego płacą złotych 117. A znalaſſzy ſummę wſzyſtkich terminow, mam cały iego zarobek złotych 1770.

II. Hetman pewny zdobycz przy dobyciu Miaſta wziętą, każe dzielić między 40 żołnierzy, ktorzy pierwſi wpadli do fortecy, z tą kondycyą: ażeby oſtatni wziął zł: 100, przedoſtatni złot: 130, trzeci od końca 160, y tak daley w progreſſyi z przewyżką 30. Pytam ile pierwſzemu z nich doſtało ſię?

Termin naywiękſzy ieſt 1270; tyle więc temu doſtało ſię, ktory pierwſzy wſzedł do fortecy.

III. Zakupił kſięgarz pewną liczbę kſiąg, tak: iż za pierwſzą kſięgę dał gr: 2, za drugą gr: 4, za trzecią 6, y tak daley w progreſſyi przez 2 roſnącey; za oſtatnią kſięgę zapłacił gr: 400. Pytam ile wſzyſtkich kſiąg kupił?

Znalaſſzy liczbę terminow, mam 200 kſiążek, ktore kſięgarz zakupił.

IV. Pan pewny mocno zachorowawſzy, daie pewną kwotę pieniędzy, aby w ten ſpoſob między ubogich rozdane były: dnia pierwſzego choroby 1 zł:, drugiego 4, trzeciego 7, y tak daley codzień trzema złotemi więcey. Oſtatnim razem dano zł: 28. Po rozdaniu wſzyſtkich pieniędzy przychodzi Pan do zdrowia. Pytam, ile dni chorował?

Znalaſſzy liczbę terminow, mam 10 dni, przez ktore ow Pan chorował; wſzyſtkich zaś pieniędzy wydano złot: 145.

V. Chcę wiedzieć iak wielka ieſt ſumma wſzyſtkich minut, rachuiąc od godziny pierwſzey do godziny 12, w progreſſyi przez przewyżkę 60 roſnącey?

Terminy tak ſtać będą: naymnieyſzy ieſt 60. 120. 180. 240. &c. Oſtatni termin ieſt 720. Summa więc wſzyſtkich minut ieſt ta: 4680.

VI. Pewny kazał ſobie kopać ſtudnią na ſążni 16, y obiecał Grabarzowi płacić za pierwſzy ſążeń gr: 25, za drugi 40, y tak daley poſtępuiąc przez przewyżkę 15ſtu groſzy. Pytam, ile owa ſtudnia koſztować będzie?

Szukam nayprzod terminu naywięſzego, y mam 250, potym ſummy, ktora wypada 2200 gr: albo zł: 73. y gr: 10. Tyle więc owa ſtudnia ma go koſztować.

II. Przykłady na progreſſyą Geometryczną.

I. Pan maiący roczney intraty milion złot: Polſkich, chce arędować drugiemu wſzyſtkie dobra, z tym tylko warunkiem; ażeby mu co rok za ieden cały mieſiąc wypłacił arędę, za

pier-

pierwſzy dzień zł: 1, za drugi zł: 2, za trzeci zł: 4, y tak daley w progreſſyi podwoyney Geometryczney, aż do dnia 30ſtego. Pytam ile wynieſie ſumma, ktorąby za cały mieſiąc w iednym roku wypłacić potrzeba?

Znalaſſzy oſtatni termin 30ſty: 536870912, łatwo znaydnię ſummę za cały mieſiąc złot: Polſkich: 1,073,741,823.

II. Scheramus Krol Jndyi pewnemu Jndyiczykowi imieniem Dahir, ktory wynalaſł grę Szachow, dał na wolą obrania ſobie iakieyby chciał nadgrody. On o nic więcey nieproſił, tylko ażeby mu iedno ziarno pſzenicy na pierwſzym kwadracie w Szachownicy położone, w proporcyi Geometryczney podwoyney na każdy kwadrat dawano, aż do oſtatniego, to ieſt do 64 kwadratu. Bardzo mała nadgroda zdała ſię bydź Krolowi; lecz gdy Arytmetycy w rachunek pſzenicy weſzli, pokazało ſię, że ani w Państwie owego Krola, ani na całym świecie, tak wiele pſzenicy znaleść ſię nie może, to ieſt ziarn: 18,446,744,073,709,551,615.

§. 5.

O ſkoku liczby cudownym, czyli o Regule kombinacyi.

24. Co ieſt reguła kombinacyi?

Reguła kombinacyi ieſt ta, ktora uczy wiele razy rzeczy iakie mogą odmieniać mieyſce ſwoie, czyli porządek. Bywa używana w mieſzaniu liter, ſłow, w rozſadzaniu Gości, iako y w ſzukaniu Anagrammatow iakiego ſłowa. (q)

25.

---

[q] Anagramma iest to słowo z inszego zrobione, liter bynaymniey nie opuszczaiąc, lecz tylko przerzu-

25. Jak tedy poznać można, wiele razy rzecz iaka mieyſce ſwoie odmienić może?

Naſtępuiącym ſpoſobem: Jle ieſt rzeczy, tyle piſzę naturalnym porządkiem liczb, zaczynaiąc zawſze od 1; potym multyplikuię produkt liczby poprzedzaiącey, przez liczbę naſtępuiącą w rzędzie nieprzerwanym zoſtaiącą, &c. Przykłady rzecz tę lepiey obiaśnią.

N. p. Chcę wiedzieć wiele rązy 8 mogą ſię odmieniać? Piſzę więc liczby tak:

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.	8.
	2.	6.	24.	120.	720.	5040.	40320.

Rozmnażam nayprzod 1 przez 2, y piſzę ie pod 2; te zaś 2 rozmnażam przez naſtępuiącą liczbę 3 w rzędzie naturalnym będącą, wychodzi 6, ktore piſzę pod 3, y tyle razy trzy odmieniać ſię mogą. Potym 6 przez naſtępuiącą liczbę 4 rozmnażam, a produkt 24 piſzę pod 4, y tyle razy mieyſce ſwoie odmieniaią 4. Toż 24 rozmnażam przez naſtępuiącą u wierżchu liczbę 5, a produkt 120 piſzę pod 5. To tedy 5 może mieyſce odmienić 120 razy; y tak daley poſtępować trzeba przez multyplikacyą. Krotko mowiąc: produkt każdy pod liczbą naturalną poſtawiony, pokazuie, wiele razy liczba owa, lub rzecz odmienić ſię może.

Przykład 1. Chcę wiedzieć wiele razy 4 Oſoby mogą inſzym a inſzym porządkiem uſieść?

Wypada, iak wyżey pod 4, produkt 24. Tyle więc razy te 4 Oſoby coraz inſzym porządkiem uſieść mogą. Oto dowod tego na literach: m. d. c. b.

m d c b

---

caiąc. N. p. Jan, *anagramma* ani; Masło, *anagr:* Słoma, Roża *anagr:* oraz &c.

m d c b	d m c b	c m d b	b m d c
m d b c	d m b c	c m b d	b m c d
m c d b	d c m b	c d m b	b d m c
m c b d	d c b m	c d b m	b d c m
m b d c	d b m c	c b m d	b c m d
m b c d	d b c m	c b d m	b c d m

Dwadzieścia cztery razy.

Sześć zaś Osob mogłyby inakszym zawsze sposobem siadać do stołu 720 razy, iak wyżey masz pod liczbami naturalnemi.

Przykład II. Chcę wiedzieć z 10 kwiatow wiele razy wionek uwić można, co raz inakszym a inakszym sposobem?

Pod liczbą 10 wypadnie produkt: 3628800. Więc tyle razy z 10 kwiatow wionek ow co raz inaczey a inaczey odmieniaiąc, y przerzucaiąc kwiaty, wić można.

Jeżeli zaś chcę wiedzieć, wiele razy parzyć się mogą rzeczy iakie z sobą, następuiące pytanie sposob ukaże.

26. Jak dochodzić potrzeba wiele razy mogą się parzyć dane rzeczy?

Tym sposobem: Daną liczbę rzeczy rozmnażam przez naybliższą mnieyszą, produktu połowica ukaże liczbę par.

N. p. Niech będzie Osob 6, ktore chcę parzyć z sobą co raz inaczey. Pytam wiele par rożnych mieć mogę?

Rozmnażam tedy 6 przez 5 liczbę naybliższą mnieyszą od sześciu, produktu 30, połowica 15 pokazuie, iż Osob 6, 15 razy parzyć się mogą, tak aby żaden dwa razy nie był z drugim; iak widzieć można w literach:

Sześciu liter A. B. C. D. E. F. parzenie.

A B.	B C.	C D.	D E.	E F.
A C.	B D.	C E.	D F.	
A D.	B E.	C F.		
A E.	B F.			
A F.				15 razy.

Bo w pierwſzey kolumnie ieſt par 5, w drugiey 4, w trzeciey 3, w czwartey 2, w piątey 1, ktore dodawſzy: 5 + 4 + 3 + 2 + 1 uczynią 15.

PRZYDATET UZYTECZNY.

Spoſob łatwy redukowania Czerwonych złotych po złot: 16. gr: 22 y ½.

Chcę n. p. ſprowadzić Czer: złotych 20 na złote.

Nayprzod do danych Cz: zł: 20, dodaię o, będzie - - - 200.
Powtore biorę tey liczby połowę - 100.
Potrzecie piſzę dane do zredukowania 20.
Poczwarte biorę połowę dwudzieſtu - 10.
Popiąte biorę połowę dzieſiąciu - - 5.
Podkryślam ———
Dodaię te liczby, wypada - - 335.

Przykład drugi. Chcę ieden Czerw: złoty ſprowadzić na złote.

Dodaię o, będzie - - - 10.
Biorę tey liczby połowę - 5.
Dany Czerw: zł: piſzę - 1.
Połowa iednego - - - - 15.
Połowa połowy - - - - 7½.

Dodaię te pięć liczb, będzie zł: 16. gr: 22 y ½.

Ten przykład ukazuie oczywiście niezawodność tego ſpoſobu.

Ponie-

Ponieważ pierwſze trzy liczby wyżſze oznaczaią rozmnożenie dan: Czerw: złotych przez 16, więc można także dane Czer: zł: multyplikować przez 16, a do tego produktu dodać nayprzod połowę, potym tey połowy połowę, wypadnie cały produkt.

N. p. Mam redukować 4 Czerw: złote:

Piſzę - - - - -	4
Rozmnażam przez 16 - - -	16
Mam produkt - - - - -	64.
Do produktu kładę połowę czterech -	2.
Znomu tey połowy połowę - -	1.
Dodaię te trzy liczby, będzie: - -	67

Co iedno ieſt iakbym pierwſzym ſpoſobem rozmnażał; doświadczaiący uznać to może.

Niezawodność tego ſpoſobu tak ſię okazuie. Aby dobrze zredukować Czerw: złote po złot: 16, gr: 22 y $\frac{1}{2}$, trzeba dane do ſprowadzenia Czerw: złot: pomnażać przez złot: 16, gr: 22 y $\frac{1}{2}$; Otoż takoważ odprawuie ſię multyplikacya pomienionym ſpoſobem. *Nayprzod.* Kiedy dodaię 0, iedno ieſt iakbym ten 1 rozmnażał przez 10, więc iuż mam dany do redukcyi Cz: zł: 1 rozmnożony przez dziesięć. *Powtore* Kiedy biorę tey liczby, do ktorey ſię dodało 0, to ieſt 10, połowę, będzie 5, iedno ieſt iakbym Czer: zł: rozmnażał przez 15, bo dodawſzy do 10 pięć, czyni 15. *Potrzecie.* Kiedy kładę dane Czer: zł: iak w drugim przykładzie 1, iedno ieſt, iakbym ten pierwſzy 1 z cyfrą pomnażał przez 16, ponieważ do 10 dodawſzy pięć, y iedno, uczyni 16; Więc iuż mam w tych trzech liczbach rozmnożny Czer: zł: przez 16. Trzeba ieſzcze

roz-

